

TASODIFIY JARAYONLAR. MARKOV JARAYONI

Muxtorova Shohida Negmat qizi¹¹ Qarshi Davlat Texnika Universiteti o'qituvchisimuxtorovashohida@gmail.com**Buriyev Shaxbos**¹¹ Qarshi Davlat Texnika Universiteti talabasishakhbosburiyev@gmail.com**MAQOLA MALUMOTI****ANNOTATSIYA:****MAQOLA TARIXI:**

Received:16.06.2025

Revised: 17.06.2025

Accepted:18.06.2025

KALIT SO'ZLAR:

Tasodifiy jarayon, Markov jarayoni, o'tish ehtimollari zichligi, bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan Markov jarayoni

Tabiatda va insonlar faoliyatida muayyan bir S tizimning holatlarini bir yoki bir necha miqdorlar orqali ifodalash mumkin bo'lgan hollar juda ko'p uchraydi. Ko'pincha, bunday tizimlarning holati vaqtning o'zgarishiga bog'liq bo'lib, ushbu bog'liqlik xarakterini avaldan aniqlab bo'lmaydi. Lekin, ular muayyan statistik qonuniyatlarga bo'ysunadiki, ular orqali tizimning ma'lum bir holatda bo'lishi yoki tizim holatini ifodalovchi miqdorlarni ma'lum bir qiymatlarni qabul qilishi ehtimolini aniqlash mumkin bo'ladi. Masalan, tashkilotning oladigan foydasi, tovar sotilishi hajmi, yong'in xavfsizligi qismlariga kelib tushadigan chaqiruvlar soni, yong'inlar natijasida ko'riladigan moddiy zarar hajmi va shu kabi kattaliklar vaqt o'tishi mobaynida tasodifiy ravishda o'zgarib boradi. Ushbu kattaliklarni avvaldan aniq bilish mumkin bo'lmasada, ularni ma'lum qiymatlarni qabul qilish ehtimollarini aniq hisoblash yoki baholash mumkin bo'ladi. Bunday masalalarni hal qilishda tasodifiy

jarayonlar nazariyasini qo'lanilishi samarali natijalar beradi.

KIRISH. Tasodifiy jarayon bu shunday jarayonki, vaqt o'tishi mobaynida uning qanday kechishini, u kechayotgan tizim qanday holatda bo'lishini, ya'ni tizim holatlarni ifodalovchi miqdor (lar)ning qanday qiymat qabul qilishini avaldan aniqlab bo'lmaydi.

Tasodifiy jarayon kechayotgan tizim o'z holatini faqat aniq belgilangan vaqtlardagina o'zgartira olsa, bunday tasodifiy jarayon diskret vaqtli tasodifiy jarayon deyiladi.

Agar tizim o'z holatini vaqtning ixtiyoriy onida o'zgartirishi mumkin bo'lsa, tizimda kechayotgan bunday tasodifiy jarayon uzluksiz vaqtli tasodifiy jarayon deyiladi.

Tasodifiy jarayon kechayotgan tizimning bo'lishi mumkin bo'lgan holatlari soni cheklita yoki sanoqlita bo'lsa, bunday tasodifiy jarayon diskret holatli tasodifiy jarayon deyiladi. Agar tasodifiy jarayon kechayotgan tizimning bo'lishi mumkin bo'lgan holatlari soni haqiqiy sonlar o'qining biron chekli yoki cheksiz oralig'idagi barcha qiymatlar sonicha bo'lsa (ikkita qo'shni holatlarni ko'rsatish mumkin bo'lmasa), bunday tasodifiy jarayon uzluksiz holatli tasodifiy jarayon deyiladi.[3]

qilib tasodifiy jarayonlarni 4 ta turga ajratish mumkin:

1) Uzluksiz vaqtli, uzluksiz holatli tasodifiy jarayon (masalan, ma'lum bir vaqt oralig'ida kuzatilayotgan havo harorati. U vaqtning ixtiyoriy onida uzluksiz o'zgarib turadi.)

2) Uzluksiz vaqtli, diskret holatli tasodifiy jarayon (masalan, bir sutka mobaynidagi yong'in xavfsizligi qismiga kelib tushadigan chaqiruvlar soni. Bu miqdor vaqtning ixtiyoriy onida o'zgarishi mumkin.)

3) Diskret vaqtli, uzluksiz holatli tasodifiy jarayon (masalan, ma'lum bir hudud (shahar)da yil mobaynidagi yong'inlar o'chirishga sarflangan vaqt miqdori. Ushbu miqdor faqat yong'in sodir bo'lgandagina ularning soniga bog'liq ravishda uzluksiz o'zgaradi.)

4) Diskret vaqtli, diskret holatli tasodifiy jarayon (masalan, shahar jamoat transportidagi yo'lovchilar soni. Ushbu miqdor faqat transport bekatlaridagina o'zgaradi va cheklita qiymat qabul qiladi.)

Tasodifiy jarayonlar sinfinda markov zanjirining umumlashmasi bo'lgan markov jarayoni deb ataluvchi shunday jarayonlar borki, ular amaliyotdagi juda ko'p tizimlar faoliyatini matematik modellashtirishda samarali foydalanish mumkinligi bilan alohida ajralib turadilar.

Ta'rif: Biron S tizimda tasodifiy jarayon kechayotgan bo'lib, t_0 vaqtning ixtiyoriy aniq bir onida bo'lsin. Agar jarayonning ixtiyoriy $t < t_0$ vaqtdagi ehtimollik xarakteristikalarini uning faqat ushbu $t = t_0$ ondagi holatigagina bog'liq bo'lib, undan avvalgi $t < t_0$ vaqtlardagi

holatlariga bog'liq bo'lmasa, bunday tasodifiy jarayon Markov jarayoni deyiladi. Boshqacha aytganda, Markov jarayoning «o'tmishi» uning «kelajagi»ga bevosita ta'sir qilmaydi.

Markov jarayoniga misollar keltiramiz:

1. S tizim - taksi avtomobilining bosib o'tgan yo'lini belgilovchi hisoblagich (schyotchik) bo'lsin. Hisoblagichning t vaqtdagi holati uning ushbu vaqtgacha bosib o'tgan yo'lining kilometrdagi miqdori bilan xarakterlansin. Faraz qilaylik, hisoblagich to vaqtda S_0 kilometri ko'rsatayotgan bo'lsin. Ixtiyoriy $t > t_0$ vaqtda uning biron bir S_1 kilometri ko'rsatishi ehtimoli faqat S_0 ga bog'liq bo'lib, t_0 dan avvalgi vaqtlarda uning qanday qiymatlar qabul qilganligiga bog'liq bo'lmaydi.

2. Shaxmat o'yini o'ynalayotgan bo'lib, S tizim - o'yin taxtasi ustidagi shaxmat figuralaridan iborat bo'lsin. Tizimning t vaqtdagi holati ushbu vaqtda shaxmat taxtasida saqlanib qolgan figuralar soni bilan xarakterlansin. Tushunarliki, $S = 1, 2, \dots, 32$ qiymatlarni qabul qiladi. Ixtiyoriy $t > t_0$ vaqtda moddiy ustunlik raqiblarning qay birida bo'lishi tizimning to vaqtdagi holatigagina bog'liq bo'lib, undan avvalgi $t < t_0$ vaqtlarda ustunlik raqiblarning qay birida (figuralar soni qancha) bo'lganligiga bog'liq emas. [1]

3. S tizim - yong'in xavfsizligi qismi bo'lsin. Qismning t vaqtdagi holati qismga $[0, t]$ vaqt oralig'ida unga kelib tushgan yong'in o'chirishga chaqiruvlar soni bilan xarakterlansin. Agar to vaqtgacha qismga S_0 ta chaqiruv kelib tushgan bo'lsa, ixtiyoriy $t > t_0$ uchun $[0, t]$ vaqt oralig'ida qismga kelib tushgan chaqiruvlar soni biron S_1 ta bo'lishi ehtimoli qismga t_0 vaqtgacha kelib tushgan chaqiruvlar sonigagina bog'liq bo'lib, undan avvalgi vaqtlargacha, ya'ni ixtiyoriy $t < t_0$ uchun $[0, t]$ vaqt oralig'ida qismga qancha chaqiruv kelib tushganligiga bog'liq emas.

Amaliyotda, o'z holatini awaldan belgilangan vaqtlarda emas balki, vaqtning ixtiyoriy onida o'zgartirishi mumkin bo'lgan tizimlar ko'p uchraydi. Masalan, biron moslama yoki apparatning ixtiyoriy tarkibiy elementi vaqtning ixtiyoriy onida nosoz holga kelishi mumkin. Uning soz holga keltirish (yoki almashtirish) ham vaqtning ixtiyoriy onida yakunlanishi mumkin. Bunday tizimlar o'z holatini vaqtning tasodifiy onida o'zgartirishlari mumkin. Odatda, bunday jarayonlarni uzluksiz vaqtli, diskret holatli Markov jarayoni yordamida matematik modellashirish orqali samarali natijalarga erishish mumkin bo'ladi. [6]

Quyida uzluksiz vaqtli, diskret holatli Markov jarayoniga oid ayrim asosiy tushunchalarni keltiramiz. Faraz qilaylik, S tizimda uzluksiz vaqtli, diskret holatli Markov kechayotgan bo'lib, tizimning bo'lishi mumkin bo'lgan holatlari soni cheklita - $S_0, S_1, S_2, \dots, S_N$ bo'lsin. Tizimning t vaqtda S_1 holatda bo'lishi ehtimolini $p_i(t)$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$ orqali belgilaylik. Bu ehtimollarni holatlar ehtimollari deb ataymiz.

Tushunarliki ixtiyoriy t uchun holatlar ehtimollari quyidagi tenglikni qanoatlantiradi:

$$\sum_{i=0}^N p_i(t) = 1 \quad (1)$$

Chunki, t vaqtda S tizamning $S_0, S_1, S_2, \dots, S_N$ holatlarda bo'lishidan iborat hodisalar ixtiyoriy t da to'la guruh tashkil qiladi (o'zaro birgalikda emas, yig'indisi muqarrar hodisa). [3]

Holatlar ehtimollari — $p_i(t)$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$ lami topish masalasini qaraymiz. Buning uchun jarayonning diskret vaqtli Markov jarayoni uchun kiritilgan o'tish ehtimollari $p_{jk}(m)$

larga o'xshash xarakteristikalami bilish zarurati tug'iladi. Uzluksiz vaqtli, diskret holatli Markov jarayoni uchun ixtiyoriy t da $p_{jk}(t) = 0$ bo'lganligi uchun ushbu ehtimol foydasiz xarakteristikaga aylanadi. Shu sababli, uzluksiz vaqtli, diskret holatli Markov jarayoni uchun o'tish ehtimollari $p_{jk}(m)$ lar o'miga o'tish ehtimollari zichligi tushunchasi kiritiladi.

U quyidagicha aniqlanadi:

$$\lambda_{jk}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ij}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (2)$$

bu yerda, $P_{ij}(t, t + \Delta t)$ tizim t vaqtdagi S_i holatda bo'lib, undan keyingi Δt vaqt mobaynida S_j holatga o'tishi ehtimolidir. Yuqorida keltirilgan (2) munosabat bilan aniqlangan $\lambda_{ij}(t)$ miqdor (funksiya) t vaqtda tizimni S_i holatdan S_j holatga o'tish ehtimoli zichligi deyiladi.

Tushunarliki, (2) munosabatdan

$$P_{ij}(t, t + \Delta t) \approx \lambda_{ij}(t) \Delta t \quad (3)$$

taqribiy tenglik kelib chiqadi va unda $\Delta t \rightarrow 0$ da xatolik kamayib boradi.

Agar barcha o'tish ehtimoli zichliklari $\lambda_{ij}(t)$ lar o'zining argumenti t ga nisbatan o'zgarmas (t vaqtga bog'liq emas) bo'lsa, ya'ni Δt uzunlikdagi elementar oraliqning boshlang'ich nuqtasi t ahamiyatga ega bo'lmasa, u holda bunday jarayoni bir jinsli Markov jarayoni deb ataladi. Agar $\lambda_{ij}(t)$ lar t vaqtning funksiyasi bo'lsa, u holda bunday jarayonni bir jinsli bo'lmagan Markov jarayoni deb ataladi.

Ba'zi hollarda bir jinsli Markov jarayonini quyidagi o'tish ehtimollari zichliklari matritsasi A orqali tavsiflash qulay bo'ladi.

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1N} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{N1} & \lambda_{N2} & \dots & \lambda_{NN} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. A. N. Shirayayev. Probability. “ Graduate Texts in Mathematics ;95” . Springer Science+. Business Media, LLC. 1984 year.
2. Самарова С.С.2-курс теория вероятностей Лектор А.В. Булинский. Гр.855.
- 3.Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika: o‘quv qo‘llanma/ A.A.Abdushukurov [va boshq.]. - T.: «Tafakkur Bo‘stoni», 2015. —416 b.
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику: Учебник. М., Издательство ЛКИ, 2010. 600 с.
5. Боровков А. А. Теория вероятностей. - М.: Либроком. 2009. 656 с
6. Sh.Q.Formanov. Ehtimolliklar nazariyasi. Universitetlar va pedagogika oliy ta’lim muassasalari talabalari uchun darslik. Toshkent, “Universitet”, 2014.

