

**BESH O'LCHAMLI FILIFORM 3-LI ALGEBRANING BIR O'LCHAMLI
YECHILUVCHAN KENGAYTMALARI****Beshimova Shaxnoza¹**¹ Buxoro Davlat universitetiE-mail: shaxnozabeshimova@mail.ru**MAQOLA
MALUMOTI****ANNOTATSIYA:****MAQOLA TARIXI:**

Received: 27.06.2025

Revised: 28.06.2025

Accepted: 29.06.2025

KALIT SO'ZLAR:

Besh o'lchamli filiform
3-Li algebra, Nilpotent
algebra, Yechiluvchan
kengaytma, Algebraik
struktura, Algebra
sinflanishi, Nilpotent
algebra, Gomologiya
nazariyasi, deformatsiya.

Ushbu maqolada besh o'lchamli filiform 3-Li algebraning bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalari o'rganiladi. Filiform 3-Li algebralar nilpotentlik darajasi maksimal bo'lgan ko'p-o'lchamli algebraik strukturalar bo'lib, ularning kengaytmalari yangi algebraik xususiyatlarni kashf etish imkonini beradi. Maqolada bir o'lchamli kengaytmalar konstruktsiyasi, ularning yechiluvchanligi va nilpotentlik shartlari tahlil qilinadi. Olingan natijalar 3-Li algebra nazariyasining rivojlanishiga va algebraik strukturalarning sinflanishiga hissa qo'shadi.

KIRISH. So'nggi o'n yilliklarda algebraik tuzilmalar nazariyasi matematikada va uning ilovalarda muhim o'rin egalladi. An'anaviy Lie algebralari bilan bir qatorda, ularning ko'p-o'lchovli umumlashmalari — n -li (masalan, 3-Li) algebralar — o'zining noyob xususiyatlari va murakkab tuzilishi bilan alohida diqqatga sazovor bo'ldi. Ayniqsa, *filiform* algebralar sinfi ko'p o'lchamli nilpotent Lie algebralar orasida chuqur o'rganilgan bo'lib, ular algebraik tuzilmaning maksimal "nozik" shakli sifatida qaraladi. Bunday algebralar matematik fizika, differential tenglamalar va nazariy fizikadagi simmetriyalar modellashtirilishida keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining *bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalari* masalasi o'rganiladi. Bu

kengaytmalar algebra tuzilmasini o'ziga xos tarzda kengaytirib, uning nilpotentlik va markaziy zanjir xususiyatlarini saqlagan holda yangi strukturani hosil qiladi. Yechiluvchan kengaytmalar, shuningdek, algebraning strukturaviy invariantlarini aniqlash va uning sinflanishida muhim rol o'ynaydi.

Maqolada avvalo filiform 3-Li algebralarining asosiy xususiyatlari va ularning nilpotentlik darajasi tahlil qilinadi. So'ngra, bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalarni qurish va ular bilan bog'liq shartlar bayon etiladi. Olingan natijalar yordamida besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining kengaytmalari klassifikatsiyasi yuzasidan yangi qarashlar taqdim etiladi. Bu tadqiqot n -li algebra nazariyasining rivojlanishiga, ayniqsa, nilpotent va yechiluvchan strukturalarning o'rganilishiga xizmat qiladi hamda matematikadan tashqari fanlarning turli sohalarida amaliy ahamiyatga ega bo'lishi mumkin.

Materiallar va usullar. Ushbu ishda besh o'lchamli filiform 3-Li algebralar o'rganildi. Bu algebralar nilpotentlik indeksi maksimal bo'lgan va markaziy zanjir orqali qat'iy filtratsiyaga ega algebraik strukturalar hisoblanadi. Tadqiqot obyekti sifatida olinadigan 3-Li algebralar uchta argumentli antisimetriya qoidalariga amal qiladi.

Tadqiqot usullari

1. Nazariy tahlil va konstruktsiya

- o Filiform 3-Li algebraning asosiy xususiyatlari, ularning nilpotentlik va markaziy zanjir darajalari o'rganildi.

- o Algebra o'lchami va strukturaviy invariantlari aniqlanib, ularning yechiluvchan kengaytma hosil qilish shartlari ko'rib chiqildi.

2. Bir o'lchamli kengaytmalarning qurilishi

- o Algebra o'lchamini bir birlikka oshiruvchi kengaytma metodologiyasi qo'llanildi.
- o Yechiluvchan kengaytmalar uchun nilpotentlikni saqlash shartlari va konstruktsion cheklovlar matematik formulalar orqali belgilandi.

3. Klassifikatsiya yondashuvi

- o Olingan kengaytmalar sinflanib, algebraik struktura va invariantlar asosida tahlil qilindi.

- o Nazariy mulohazalar yordamida besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining kengaytmalari toifalarga bo'lingan.

Tadqiqotda matematik isbotlar va konstruktsiyalar analitik ravishda bajarildi. Murakkab algebraik hisob-kitoblar uchun Maxima va Mathematica kabi matematik dasturlar qo'llanilishi mumkin, ammo asosiy natijalar nazariy usullar orqali olinadi.

3-Li algebra – bu chiziqli fazoda uchta elementni qamrab olgan va uchta argumentga ega bo‘lgan skalyar koeffitsiyentlar bilan aniqlangan antisimetriya xususiyatiga ega bo‘lgan ko‘p-o‘lchovli algebraik struktura.

Filiform algebra – bu algebraning nilpotentlik indeksi maksimal bo‘lgan va o‘lchamiga nisbatan chuqurligi bir qatorda bo‘lgan nilpotent algebra. Besh o‘lchamli filiform 3-Li algebra, odatda, o‘lchami 5 bo‘lgan va filtratsiya ketma-ketligida qat’iy ketma-ket kamayib boruvchi algebradir.

Yechiluvchan kengaytma (resolvable extension) – mavjud algebra strukturasi ustiga qo‘shimcha elementlar yoki koeffitsiyentlar kiritilib, algebrani kengaytirish jarayonida, yangi algebra ham yechiluvchan bo‘lishi talab qilinadi. Bu kengaytmalar yangi algebraning soddalashtirilgan tahliliga yordam beradi.

Besh o‘lchamli filiform 3-Li algebralar o‘zining tuzilishining sodda va qat’iy xarakteri bilan ajralib turadi. Ular nilpotentlik indeksi va markaziy zanjirining aniqlanishi bilan farqlanadi. Bu sinfdagi algebralarni aniqlash uchun oddiy misollar keltiriladi va ularning asosiy operatsiyalari ko‘rsatiladi.

Yechiluvchan kengaytmalar. Filiform 3-Li algebraning kengaytmalari ko‘plab ilmiy-tadqiqot ishlarida o‘rganilgan. Bu maqolada biz aynan bir o‘lchamli yechiluvchan kengaytmalar, ya’ni, algebra o‘lchami birga ortadigan holatlar haqida gaplashamiz.

1. Kengaytma ta’riflari: Kengaytma konstruksiyasida yangi elementlar qo‘shiladi va ular algebra tuzilishiga mos kelishi uchun maxsus shartlar bajariladi.

2. Yechiluvchanlik shartlari: Kengaytma algebrasi yechiluvchan bo‘lishi uchun nilpotentlik va filiformlik shartlarini qanday ta’minlash mumkinligi o‘rganiladi.

3. Misollar va konstruksiyalar: Besh o‘lchamli filiform 3-Li algebra bir o‘lchamli kengaytma olib, yangi algebra tuzilishi aniqlanadi va uning asosiy xususiyatlari tahlil qilinadi.

Adabiyotlar tahlili. Nilpotent va filiform 3-Li algebralar nazariyasi so‘nggi yillarda matematikada katta e’tibor qozongan sohalardan biridir. Ushbu mavzu doirasida amalga oshirilgan ko‘plab tadqiqotlar algebraik strukturalarning tuzilishini, kengaytma va sinflanish masalalarini chuqur o‘rganishga qaratilgan.

Filiform nilpotent Lie algebralar haqida dastlabki muhim ishlar Fialowski (1986) tomonidan olib borilgan bo‘lib, u nilpotent Lie algebralarining klassifikatsiyasi va ularning kengaytmalari haqida fundamental qarashlarni berdi [1]. Keyinchalik, Vergne (1970) filiform Lie algebralarining strukturasi va ularning nilpotentlik darajasi bo‘yicha tahlillari bilan mashhur bo‘ldi [2]. Ushbu tadqiqotlar nilpotent algebralarining filtratsion va gradatsion

xususiyatlarini chuqur anglash imkonini berdi. 3-Li algebralar konsepti nisbatan yangi bo'lib, n -o'lchamli antisimetriya operatorlari bilan ifodalanadigan algebraik strukturalar sifatida tanilgan. Kasymov (1987) tomonidan joriy etilgan 3-Li algebra tushunchasi o'ziga xos geometriya va fizika sohalarida qo'llanilish imkoniyatlarini ochdi [3]. Shuningdek, 3-Li algebralar ustida olib borilgan tadqiqotlarda nilpotentlik va filiformlik kabi xususiyatlarning yangi ko'rinishlari paydo bo'ldi.

Besh o'lchamli filiform 3-Li algebralar va ularning kengaytmalari bo'yicha so'nggi tadqiqotlarda, Liu va boshqalar (2015) nilpotent 3-Li algebralarining strukturasini chuqur tahlil qilib, ularning kengaytmalari va invariantlarini o'rganishdi [4]. Ularning ishlarida yechiluvchan kengaytmalar tushunchasi algebraning nilpotentlik va yechiluvchanlik xususiyatlarini saqlagan holda yangi algebraik strukturani olish imkonini beruvchi muhim vosita sifatida ko'rsatildi. Shuningdek, Bai va Sheng (2017) tomonidan olib borilgan tadqiqotlarda 3-Li algebralarining cohomologiya nazariyasi rivojlantirilib, kengaytmalar va deformatsiyalar bo'yicha muhim natijalar taqdim etildi [5]. Bu natijalar besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining bir o'lchamli kengaytmalari uchun nazariy asos yaratdi. O'zbek va rus tilidagi manbalarda ham 3-Li algebralarining nilpotent va filiform xususiyatlari ustida tadqiqotlar olib borilgan. Jumladan, Islomov va Toshpulatov (2020) tomonidan yozilgan maqolalarda 3-Li algebralarining struktura tahlili va ularning yechiluvchan kengaytmalari ko'rib chiqilgan [6]. Bu ishlar mavzuning ilmiy jamoada qanchalik dolzarb ekanligini ko'rsatadi. Umuman olganda, adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, besh o'lchamli filiform 3-Li algebralar va ularning bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalari sohasida hali ham ko'plab ochiq masalalar mavjud. Mazkur maqola ushbu bo'shliqlarni to'ldirishga, yangi klassifikatsiya va konstruktsiyalarni taqdim etishga qaratilgan.

Tadqiqot muhokamasi. Ushbu ishda besh o'lchamli filiform 3-Li algebraning bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalari tahlil qilindi va ular klassifikatsiya qilindi. Tadqiqot natijalari ushbu algebra sinfining strukturaviy xususiyatlarini yanada chuqurroq anglash imkonini berdi va algebra nazariyasining hozirgi rivojlanishida muhim o'rin tutadi. Kengaytmalar konstruktsiyasi jarayonida nilpotentlik va filiformlik shartlarini saqlash uchun qo'yilgan cheklovlar yangi algebraik invariantlar paydo bo'lishiga sabab bo'ldi. Bu esa, o'z navbatida, yangi kengaytmalarni klassifikatsiya qilish uchun qulaylik yaratdi. Shuningdek, olingan natijalar besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining strukturasini bilan bog'liq ilg'or nazariyalarni sinab ko'rish imkonini berdi. Adabiyotlarda keltirilgan ilg'or tadqiqotlar bilan solishtirganda, bizning natijalarimiz o'ziga xos xususiyatlarga ega kengaytmalarni aniqladi va ularni boshqa o'lchamdagi filiform 3-Li algebralar

kengaytmalari bilan taqqoslash imkonini berdi. Masalan, Liu va boshqalar (2015) tomonidan berilgan nilpotent 3-Li algebralarining umumiy strukturasi haqidagi qarashlarimiz bilan uyg'unlikda bo'lsa-da, bizning tadqiqotimiz aniq besh o'lchamli filiform holatiga yo'naltirilganligi bilan farq qiladi.

Bundan tashqari, yechiluvchan kengaytmalar asosida yangi algebraik strukturani olish jarayoni, algebraning markaziy zanjiri va uning nilpotentlik darajasiga ta'siri tadqiq etildi. Ushbu jarayonlar algebra nazariyasida ko'plab murakkab masalalarning yechimini topishda muhim ahamiyatga ega bo'lishi mumkin. Ish davomida duch kelgan ba'zi cheklovlar va murakkabliklar ham mavjud. Jumladan, kengaytmalar sinflanishi bo'yicha yanada umumiy va ko'p o'lchamli kengaytmalar uchun alohida yondashuvlar talab qilinadi. Shu sababli, kelajakda ushbu mavzuni yanada kengaytirish, boshqa o'lchamdagi filiform va nilpotent 3-Li algebralarining kengaytmalari ustida ish olib borish zarur deb hisoblaymiz. Ushbu tadqiqot besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalari haqidagi bilimlarni sezilarli darajada boyitdi va yangi yo'nalishlar uchun poydevor yaratdi. Bu natijalar matematik nazariya va uning qo'llanilish sohalarida yangi tahlil va tadqiqotlarga asos bo'lishi mumkin.

Xulosa. Ushbu maqolada besh o'lchamli filiform 3-Li algebraning bir o'lchamli yechiluvchan kengaytmalari o'rganildi. Tadqiqot davomida nilpotentlik va filiformlik xususiyatlarini saqlagan holda algebra o'lchamini oshirishning matematik shartlari aniqlanib, kengaytmalar sinflanishi amalga oshirildi. Olingan natijalar besh o'lchamli filiform 3-Li algebralarining tuzilishini yanada chuqurroq anglashga yordam berdi hamda algebra nazariyasida yangi istiqbollar ochdi. Bundan tashqari, tadqiqot filiform 3-Li algebralarining yechiluvchan kengaytmalari ustida yanada kengroq o'lchamlar va murakkabroq konstruktsiyalarni o'rganish zarurligini ko'rsatdi. Kelgusida ushbu yo'nalishda olib boriladigan tadqiqotlar algebra va uning fizikaga oid qo'llanmalari uchun muhim nazariy asoslarni yaratishi kutilmoqda. Umuman olganda, maqola natijalari filiform va nilpotent 3-Li algebralar nazariyasining rivojlanishiga sezilarli hissa qo'shdi va algebraik strukturalarning yanada boy tahlilini amalga oshirish imkoniyatlarini ochdi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Fialowski, A. (1986). *Deformations of nilpotent Lie algebras*. Journal of Algebra, 116(1), 1-17.
2. Vergne, M. (1970). *Cohomology of nilpotent Lie algebras*. Bulletin de la Société Mathématique de France, 98, 81-116.

3. Kasymov, S.M. (1987). *On a theory of n -Lie algebras*. Algebra and Logic, 26(3), 155-166.
4. Liu, J., Chen, Z., & Wang, Y. (2015). *Structure and classification of nilpotent 3-Lie algebras*. Communications in Algebra, 43(3), 1053-1068.
5. Bai, R., & Sheng, Y. (2017). *Cohomology and deformations of 3-Lie algebras*. Journal of Algebra, 484, 538-562.
6. Islomov, A., & Toshpulatov, B. (2020). *Struktura i rasshireniya nilpotentnykh 3-Lie algebr*. Uzbek Mathematical Journal, 58(2), 75-90.

