

**DISKRET MATEMATIKADA GRAF NAZARIYASINING TARMOQLARNI
MODELLASHTIRISHDAGI QO‘LLANISHI****Shirin To‘rabekova Xaitvoy qizi ¹****Nigina Toshkulova Ixtiyar qizi ¹**¹ O'zbekiston xalqaro islomshunoslik akademiyasi**MAQOLA
MALUMOTI****ANNOTATSIYA:****MAQOLA TARIXI:**

Received:10.07.2025

Revised: 11.07.2025

Accepted:12.07.2025

KALIT SO‘ZLAR:

Graf nazariyasi,
diskret matematika,
tarmoq, modellash, tirish,
marshrutlash,
uzluksizlik, algoritim,
informatsion tizim.

Mazkur maqolada diskret matematikada muhim o‘rin tutuvchi graf nazariyasining amaliy jihatlari, ayniqsa tarmoqlarni modellash, tirishdagi roli yoritilgan. Tabiiy va texnik tizimlarni matematik modellash, tirishda graflardan foydalanish zamonaviy fan va texnologiyalarning ajralmas qismiga aylanib bormoqda. Maqolada transport, kompyuter, elektr, biologik va kommunikatsion tarmoqlarda graf nazariyasining qo‘llanishi, uning samaradorlikni oshirish va murakkab tizimlarni tushunishda tutgan o‘rni ko‘rib chiqiladi.

KIRISH. Diskret matematika zamonaviy informatsion texnologiyalar, tarmoq tizimlari va muhandislik sohalarining asosiy nazariy tayanchi hisoblanadi. Ayniqsa, graf nazariyasi orqali murakkab strukturalarni soddalashtirish, ulardagi aloqadorliklarni aniqlash, yo‘nalishlar va resurslar taqsimotini modellash, tirish imkoniyati yuzaga keladi. Bugungi kunda dunyodagi deyarli barcha muhim axborot va texnologik tizimlar — internet, ijtimoiy tarmoqlar, elektr uzatish tizimlari, transport yo‘nalishlari, DNK tuzilmasi — barchasi graf modeli orqali tasvirlanishi mumkin. Bu esa graf nazariyasining fanlararo ahamiyatini yana bir bor tasdiqlaydi.

Graf nazariyasi — tugunlar (cho‘qqilar) va ularni bog‘lovchi qirralardan tashkil topgan matematik tuzilmani o‘rganadi. Tarmoqlarni modellash, tirishda har bir tugun tizimdagi elementni, qirralar esa ularning o‘zaro bog‘liqligini ifodalaydi. Bu yondashuv ko‘p tarmoqli tizimlarni matematik tahlil qilish va optimallashtirish uchun keng imkoniyat yaratadi.

Zamonaviy texnologik rivojlanish sharoitida graf nazariyasining qo'llanilishi faqat statik modellashtirish bilan cheklanmaydi. Dinamik graf tizimlari orqali vaqt o'tishi bilan o'zgaruvchan tarmoqlarni modellashtirish imkoniyati mavjud. Masalan, mobil aloqa tarmoqlarida foydalanuvchilar harakati natijasida uzlanuvchi va tiklanuvchi aloqalar graf dinamikasini anglatadi. Bu jarayonlarni matematik modellashtirish orqali real vaqtda resurslar taqsimoti, signalni optimallashtirish va uzilishlarga tezkor javob berish mumkin.

Shuningdek, og'irlikli graflar (weighted graphs) tarmoqlarni real xarajatlar, masofa, vaqt, sig'im kabi parametrlar asosida yanada chuqurroq modellashtirish imkonini beradi. Masalan, logistik tarmoqlarda har bir yo'lga yuk tashish narxi yoki vaqt og'irlik sifatida biriktiriladi. Shunda optimal marshrutni tanlash matematik jihatdan minimal og'irlikli yo'lni topishga teng bo'ladi. Bu esa Dijkstra, Bellman–Ford, A* algoritmlarini amaliyotga keng joriy qilishni taqozo etadi.

Ko'p qatlamli graflar (multilayer graphs) orqali esa murakkab tizimlardagi turli sathdagi o'zaro bog'liqliklarni bir modelda aks ettirish mumkin. Masalan, shahar infratuzilmasida transport, elektr tarmog'i, suv ta'minoti va telekommunikatsiya tarmoqlari o'zaro ta'sirda bo'ladi. Har bir qatlam alohida graf sifatida qaraladi, lekin ular o'rtasidagi bog'liqliklar orqali umumiy tizim holati tahlil qilinadi. Bunday model smart city (aqlli shahar) konsepsiyasini matematik asoslashda qo'llaniladi.

Tarmoqli barqarorlik va mustahkamlikni tahlil qilishda ham graf nazariyasi muhim rol o'ynaydi. Masalan, elektr tarmog'ida muayyan tugun ishlamay qolsa, tizimning umumiy barqarorligiga qanday ta'sir qiladi? Qaysi tugunlar yoki qirralar eng muhim (ya'ni uzilganda tizim buziladi)? Bu kabi savollar markazlik (centrality), bog'liqlik (connectivity), qismlanish (clustering) kabi graf indeksleri orqali yechiladi. Ayniqsa, tabiiy ofatlar, kiberhujumlar yoki texnik nosozliklar vaqtida xavfsizlikni oldindan baholashda ushbu yondashuvlar muhim ahamiyatga ega.

Graf nazariyasi asosida ishlab chiqilgan oqim nazariyasi (flow theory) ham real tarmoqlarda keng qo'llaniladi. Masalan, suv taqsimoti, internet trafik oqimi, logistika harakati, qon aylanishi va boshqa ko'plab tizimlarda maksimal oqimni aniqlash muammosi mavjud. Bu yerda Ford–Fulkerson algoritmi yoki Edmonds–Karp metodi orqali maksimal oqim aniqlanadi va tizim samaradorligi oshiriladi.

Sun'iy intellekt va mashinaviy o'rganish tizimlarida graf strukturalari asosida ishlaydigan algoritmlar (Graph Neural Networks – GNN) yaratilmoqda. Bu usullar orqali grafik ma'lumotlar bilan ishlash, klassifikatsiya qilish, prognozlash va tavsiyalar berish samarali amalga oshiriladi. Masalan, onlayn platformalardagi tavsiya tizimlari foydalanuvchilar va

mahsulotlar o'rtasidagi graflar orqali quriladi. Bu esa graf nazariyasining axborot texnologiyalaridagi ahamiyatini yanada oshiradi.

Eng avvalo, kompyuter tarmoqlari graf yordamida modellashtiriladi. Har bir tugun kompyuter yoki marshrutizator, qirralar esa ulanishlar sifatida qoraladi. Bu model orqali ma'lumotlar oqimini boshqarish, eng qisqa yo'lni aniqlash, tarmoqdagi nosozliklarni aniqlash, xavfsizlikni baholash mumkin. Masalan, Dijkstra algoritmi yoki Floyd–Warshall algoritmlari tarmoqdagi eng qisqa yo'lni topishda asosiy vosita hisoblanadi. Graf nazariyasi nafaqat mavjud tizimlarni modellashtirish, balki prognozlash va optimallashtirish jarayonlarida ham keng qo'llanilmoqda. Masalan, urbanistik (shaharsozlik) rejalashtirishda aholi zichligi, transport oqimi, ijtimoiy xizmatlar taqsimoti graflar orqali tasvirlanadi. Bu modelga tayanib yangi mahallalarni qayerga qurish, bog'cha va shifoxonalarni qanday joylashtirish, yo'l tarmog'ini qanday kengaytirish kerakligini matematik asosda aniqlash mumkin. Bu esa rejalashtirishda aniq raqamli yondashuvlar va ilmiy tavsiyalarni taqdim etadi.

Kriptografiya va kiberxavfsizlik sohasida ham graflardan samarali foydalanilmoqda. Ma'lumotlar oqimi graflari orqali axborot uzatish yo'llari, zaif tugunlar va ehtimoliy hujum nuqtalari aniqlanadi. Graf asosidagi model yordamida kiberhujumlarga qarshi barqaror tarmoq tuzilmasi loyihalanadi. Ayniqsa, blockchain texnologiyasi kabi tarqoq ma'lumotlar bazalarida tranzaksiyalar graf sifatida tasvirlanadi va ular orasidagi bog'liqliklar orqali ma'lumotlarning haqqoniyliги nazorat qilinadi.

Ta'lim texnologiyalarida ham graf nazariyasi asosidagi modellar qo'llanilmoqda. Masalan, o'quvchilarning bilim darajasi, o'zlashtirish tezligi va mavzular orasidagi mantiqiy bog'liqliklar graflar orqali aniqlanib, shaxsiy ta'lim yo'nalishlarini qurish mumkin. Bu yondashuv moslashtirilgan o'qitish (adaptive learning) tizimlarining asosini tashkil qiladi.

Bundan tashqari, biotibbiyotda genlar orasidagi o'zaro ta'sir, protein–protein aloqalari, dori vositalarining organizmga ta'siri, kasalliklar tarmoqlari kabi murakkab tizimlar ham graf shaklida modellashtiriladi. Bu sohalarda foydalaniladigan bioinformatik graflar orqali kasalliklarni aniqlash, dori terapiyasini moslashtirish, genetik mutatsiyalarni aniqlash jarayonlari sezilarli darajada avtomatlashtirilmoqda.

Hozirgi zamon yirik axborot tizimlarida (masalan, Google, Facebook, Amazon) katta ma'lumotlar (Big Data) ni tahlil qilishda graf asosidagi yondashuvlar qo'llaniladi. Murakkab va o'zgaruvchan bog'lanishlarni tezda ko'rish, guruhlar hosil qilish, klasterlash va qidiruv samaradorligini oshirishda graf algoritmlari muhim vositaga aylangan. Ayniqsa,

PageRank algoritmi, ya'ni Google'ning sahifa baholash tizimi, graf nazariyasi asosida yaratilgan algoritmlarning eng mashhurlaridan biridir.

Shuningdek, yo'l harakati xavfsizligini oshirishda graf asosida qurilgan simulyatsiya modellari orqali real sharoitga yaqinlashtirilgan harakat ssenariylari sinovdan o'tkaziladi. Harakat zichligi, yo'l tutilishi, svetoforlar ishlash algoritmi, piyoda va transport oqimi graf orqali modellashtiriladi va muvozanatli yechimlar ishlab chiqiladi.

Transport tizimlarida graflar orqali shaharlararo yo'llar, metropoliten tizimlari, aviatsiya va logistik yo'nalishlar modellashtiriladi. Bu orqali yuk tashish vaqtini qisqartirish, yo'l harakati samaradorligini oshirish va transport uzluksizligini ta'minlash imkonini beradi. Yirik shaharlarda yo'lovchi oqimini boshqarishda ham graflar asosida qurilgan modellar qo'llaniladi.

Elektr tarmoqlari — ayniqsa, kuchlanish uzatish zanjirlari, podstantsiyalar, iste'molchilar orasidagi bog'liqliklar graf yordamida o'rganiladi. Bu yondashuv orqali energiya yo'qotilishini kamaytirish, yuklamani muvozanatlash, avariya holatlarning oldini olish mumkin. Elektr tizimlarida graf nazariyasi Kirchhoff qonunlari va potentsial metodlari bilan integratsiyalangan holda qo'llaniladi.

Biologik va kimyoviy tarmoqlarda esa molekulalar tuzilmasi, oqsillararo bog'lanishlar, genetik aloqalar, oziq-ovqat zanjirlari graflar orqali tavsiflanadi. DNK va RNK zanjirlaridagi strukturaviy mintaqalar bog'lanishini ko'rsatishda ham graf modellari juda samarali.

Ijtimoiy tarmoqlar ham graf ko'rinishida modellashtiriladi: foydalanuvchilar — tugunlar, ularning o'zaro aloqalari — qirralar bo'ladi. Bu model orqali informatsiyaning qanday tarqalishi, ta'sir doiralari, asosiy tugunlar va aloqa zichligi kabi ko'rsatkichlar aniqlanadi. Tarmoq tahlili orqali internet marketing, soxta axborot tarqalishini aniqlash, foydalanuvchi faoliyatini prognoz qilish mumkin bo'ladi.

Zamonaviy dasturlash va sun'iy intellekt yo'nalishlarida ham graflar keng qo'llaniladi. Grafik bazalar, ontologik tarmoqlar, graf neyron tarmoqlari kabi texnologiyalar grafik struktura asosida ishlaydi. Bu esa raqamli dunyoda graf nazariyasining beqiyos ahamiyatini yanada oshiradi.

Xulosa

Graf nazariyasi tarmoqli tizimlarni chuqur o'rganish va ularni boshqarish uchun qulay matematik vosita hisoblanadi. Diskret matematika asosida ishlab chiqilgan graf modellari yordamida murakkab tizimlar soddalashtiriladi, optimallashtiriladi va takomillashtiriladi. Uning transport, energetika, axborot texnologiyalari, biologiya va boshqa ko'plab

sohalardagi qo'llanilishi bu nazariyaning nazariy emas, balki real amaliy kuchga ega ekanligini ko'rsatadi. Graflar orqali tizimlarni modellashtirish XXI asrda innovatsion yondashuvlarning ajralmas tarkibiy qismiga aylangan.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. R. Diestel – *Graph Theory*, Springer, 2017
2. J. Gross, J. Yellen – *Graph Theory and Its Applications*, CRC Press, 2018
3. O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi. Diskret matematika fan dasturi
4. Cormen, Leiserson, Rivest, Stein – *Introduction to Algorithms*, MIT Press, 2009
5. T. Raxmatov – "Diskret matematika asoslari", Toshkent, 2022

