МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ТЕЛ

Яхёев Икром Бердиназар угли

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

ИСТОРИЯ СТАТЬИ:

Received:20.09.2025
Revised: 21.09.2025
Accepted:22.09.2025

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

моделирование движения, космические тела, орбитальная динамика, численные методы, искусственный спутник, C++, OpenGL, Excel.

АННОТАЦИЯ:

В статье рассматриваются особенности моделирования движения космических тел, включая астероиды, метеороиды и искусственные спутники. Приведены теоретические основы, численные методы и практическая реализация моделей с использованием языка программирования C++ и пакета Excel. Особое внимание уделено анализу орбитальной динамики и влиянию начальных условий на траектории движения. Полученные результаты имеют как теоретическое, так и прикладное значение для прогноза эволюции орбит, оценки потенциальных угроз столкновения и оптимизации траекторий искусственных спутников.

Введение

Малые космические тела, существующие в Солнечной системе - астероиды, кометы и метеороиды - составляют наиболее распространенную и разнообразную группу объектов. Их орбитальное движение характеризуется высокой степенью сложности и неравномерными траекториями. В связи с этим, процесс цифрового моделирования динамики этих тел создает специфические теоретические и практические трудности.

Одним из важных аспектов этих объектов является то, что большая их часть может представлять потенциальную угрозу столкновения с Землей. Это создает серьезную опасность для человеческой деятельности и космических технологий. Поэтому в последние годы значительно возрос научный интерес к углубленному изучению движения малых космических тел. В частности, моделирование динамики потенциально опасных астероидов (ПОА) имеет особое значение для прогнозирования долгосрочной эволюции орбиты, траекторий сближения и возможных столкновений.

При этом оптимальный выбор внешних возмущающих сил, действующих на орбиту, является важным условием научных исследований. Хотя методы полного моделирования могут дать наиболее точные результаты, имеющихся наблюдений по отдельным объектам недостаточно, и они сосредоточены только в коротком диапазоне дуг. Поэтому анализ силовых функций рассматривается как первичный этап в изучении эволюции орбиты астероида.

Помимо астероидов, значительным источником опасности являются мелкие объекты природного происхождения - метеороиды. Они могут представлять угрозу не только для деятельности космических аппаратов, но и для жизни человека.

Особенность данного исследования заключается в том, что мы уделяем особое внимание анализу орбитальной динамики искусственных спутников, созданных в результате деятельности

Моделирование движения космических тел

Задача о движении тела в центральном поле тяготения является хорошим примером, демонстрирующим возможности использования ПК для изучения поведения объекта, подчиняющегося некоторым общим физическим законам. Процесс выведения спутника на орбиту обычно разбивается на 2 этапа. На первом этапе спутник поднимается над атмосферой практически вертикально на некоторую высоту. Затем обычно последняя ступень ракетоносителя придает спутнику необходимую горизонтальную скорость, и далее он движется по инерции. Рассмотрим модель инерционного движения космического тела (спутника) под действием силы всемирного тяготения в гравитационном поле, создаваемом телом с многократно большей массой (Землей). Будем интересоваться тем, какие траектории спутника возможны, какой должна быть его минимальная скорость вблизи поверхности Земли, чтобы он, двигаясь по круговой траектории, не упал на Землю (первая космическая скорость), какой должна быть минимальная начальная скорость спутника, чтобы получилась незамкнутая траектория и спутник «ушел» от Земли (вторая космическая скорость). В численном эксперименте можно также проверить законы Кеплера.

В основу модели мы положим закон всемирного тяготения. Будем считать, что на тело, движение которого рассматривается, действует только сила тяготения и уравнение Ньютона имеет вид:

$$m\vec{a} = -G\frac{Mm}{r^3}\vec{r} \qquad (1)$$

Здесь m и M — масса спутника и масса притягивающего центра, G — гравитационная постоянная, r — радиус-вектор, задающий положение спутника относительно притягивающего центра, a — ускорение спутника. В проекциях на оси x, y (1) примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -GM\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -GM\frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}, \qquad (2)$$

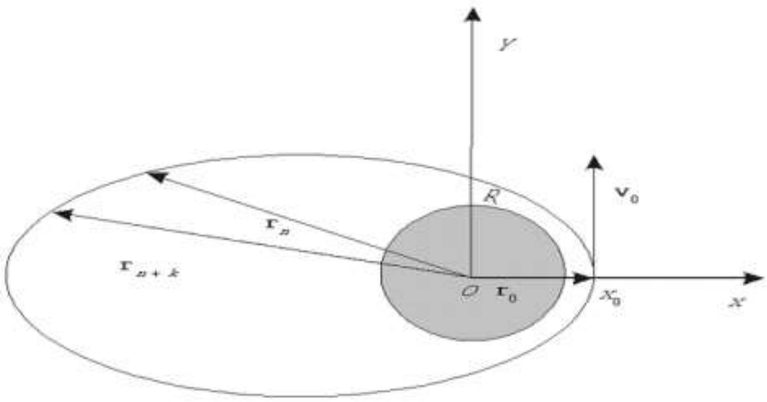


Рис.2. Система координат и возможная траектория спутника

Сведем (2) к системе четырех дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx}{dt} = v_x,$$
$$\frac{dv_x}{dt} = -GM\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}} \qquad (3)$$
$$\frac{dy}{dt} = v_y$$
$$\frac{dv_y}{dt} = -GM\frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}$$

Движение тела под влиянием центральной силы происходит в одной плоскости, положение которой определяется векторами r_0 и v_0 , задающими начальное положение тела и его начальную скорость. Декартову систему координат с началом в центре тяготения и начало отсчета времени выберем так, чтобы движение происходило в плоскости Oxy и в начальный момент скорость тела была перпендикулярна оси X.

Тогда начальные условия можно записать в виде:

$$t = 0; x = x_0,\ y = 0,\ v_y = v_0 \qquad (4)$$

Система уравнений (3) вместе с условиями (4) полностью определяют траекторию спутника и все ее свойства.

Численная модель.

Осуществим обезразмеривание задачи. Численный анализ задачи удобно проводить, используя в качестве единиц измерения характерные масштабы задачи. В качестве единицы длины удобно взять x_0. Если разговор идет о спутнике Земли, то эта величина имеет порядок радиуса Земли R и равняется $R + h$, где h — высота спутника над поверхностью Земли. Всякое расстояние теперь будет задаваться числом, которое показывает, сколько раз в нем укладывается x_0. Безразмерное X будет равняться x, измеренному в метрах, деленному на x_0, также измеренному в метрах. Единицу времени удобно построить, используя гравитационную постоянную и характеристики притягивающего центра. Из уравнений (3) легко видеть, что множитель GM/r^2 имеет размерность ускорения (m/c^2). Вместо расстояния r возьмем x_0 и сформируем выражение с размерностью времени (с): $(GM/x_0^3)^{-1/2}$. Его и выберем в качестве единицы времени. В качестве единицы скорости тогда естественно взять $x_0/(GM/x_0^3)^{-1/2}$, т.е. $(GM/x_0)^{1/2}$.

После обезразмеривания получаем:

$$\frac{dX}{d\tau} = V_x$$
$$\frac{dV_x}{d\tau} = -GM\frac{X}{\sqrt{(X^2+Y^2)^3}} \qquad (5)$$
$$\frac{dY}{d\tau} = V_y$$
$$\frac{dV_y}{d\tau} = -GM\frac{Y}{\sqrt{(X^2+Y^2)^3}}$$

Измеренные в этих единицах проекции ускорения определяются следующими уравнениями (здесь и далее для безразмерных физических величин использованы те же обозначения, какие использовались для соответствующих размерных величин):

$$a_x = -GM\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}, \qquad a_y = -GM\frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}, \quad (3)$$

а начальные условия принимают вид:

$$t = 0; x = l,\ y = 0,\ v_x = 0,\ v_y = v_0 \quad (4)$$

где $V_0 = v_0\left({}^{x_0}/_{GM}\right)^{1/2}$

Отметим замечательное обстоятельство: в безразмерных переменных уравнения вообще не содержат параметров! Единственное, что отличает разные режимы движения друг от друга – начальные условия. Все физические величины измеряются теперь в относительных единицах и будут одинаковыми для всех систем “спутник — притягивающий центр”. Уменьшилось также число параметров задачи. Единственный безразмерный параметр v_0, который остался в задаче, показывает, как соотносятся между собой кинетическая и потенциальная энергии спутника в начальный момент.

Для нахождения в различные моменты времени проекций скорости спутника и его координат на временной оси выберем дискретные точки t_n, отстоящие друг от друга на малые интервалы Δt. Тогда проекции скорости в момент времени t_{n+1} будут приближенно (считаем, что ускорение на этом интервале времени не изменилось) представляться выражениями

$$V_x^{(n+1)} = V_x^{(n)} + \Delta t \cdot a_x^{(n)} \qquad (5)$$

$$V_y^{(n+1)} = V_y^{(n)} + \Delta t \cdot a_y^{(n)} \qquad (6)$$

а координаты в этот момент будем вычислять, как при равномерном движении (опять считая, что интервал времени Δt мал, и скорость в течение него такая, как в конце интервала):

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \Delta t \cdot V_x^{(n+1)} \qquad (7)$$

$$y^{(n+1)} = y^{(n)} + \Delta t \cdot V_y^{(n+1)} \qquad (8)$$

В начальный момент времени проекции скорости и координаты спутника известны:

$$x^{(0)} = 1,\ y^{(0)} = 0,\ V_x^{(0)} = 0,\ V_y^{(0)} = V_y$$

Система (3),(5)–(8) позволяет шаг за шагом, при малом Δt, достаточно точно вычислить траекторию спутника и все ее характеристики.

Моделирование движения средствами языка C++

Решим систему (5)–(8) с помощью программы на языке C++ в среде MS Visual Studio. Используем возможности графической библиотеки OpenGL в среде MS Visual Studio и GLUT (OpenGL Utility Toolkit) при визуализации результатов моделирования на языке C++.

Реализация модели движения космических тел в C++

Код программы:

```
//Подключаем библиотеку glut.h и cmath
#include<glut.h>
```

```
#include<cmath>
float x = 1.2;
float y = 0;
double vx = 0;
double vy = 1.2;
double dt = 0.00005;
double t = dt;
const double PI = 3.1415926535;
double m, k;
double velo(double v, double z, double l, double ta)
{
   m = z * z + l * l;
   k = sqrt(m);
   return (v - (z / (k * k * k) * ta));
}
void change_size(GLsizei w, GLsizei h)
{
   GLdouble aspect_ratio;
   if (h == 0)
      h = 1;
   glViewport(0, 0, w, h);
   glMatrixMode(GL_PROJECTION);
   glLoadIdentity();
   aspect_ratio = (GLdouble)w / (GLdouble)h;
   if (w <= h)
      glOrtho(-40.0, 6.0, -23.0 / aspect_ratio, 23.0 / aspect_ratio, -1.0, 1.0);
   else
      glOrtho(-40.0 * aspect_ratio, 6.0 * aspect_ratio, -23.0, 23.0, -1.0, 1.0);
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
   glLoadIdentity();
}
void initialise()
{
   glClearColor(0.0, 0.0, 0.0, 0.0);
```

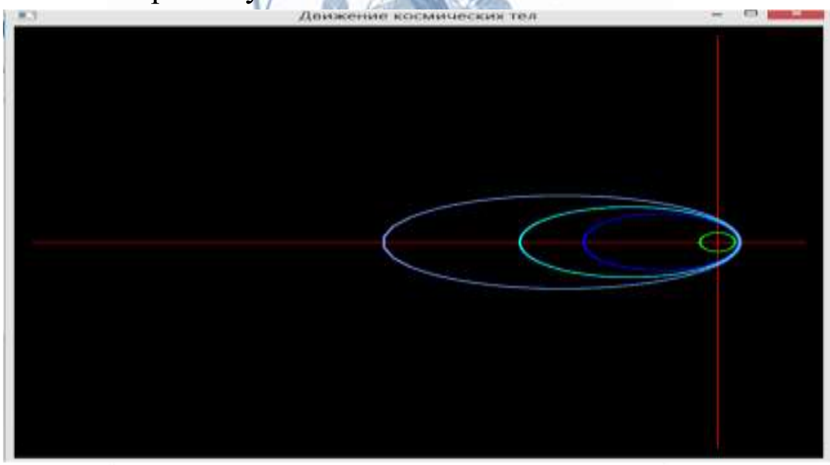
```
}
void render_scene()
{
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    glColor3f(1.0, 0.0, 0.0);

    glBegin(GL_LINES);
    glVertex2f(-39.0, 0.0);
    glVertex2f(5.0, 0.0);
    glEnd();
    glBegin(GL_LINES);
    glVertex2f(0.0, -22.0);
    glVertex2f(0.0, 22.0);
    glEnd();
    glColor3f(0.0, 1.0, 0.0);
    double radian = 0.0;
    double xx, yy;
    glBegin(GL_POINTS);
    while (radian <= 2 * PI)
    {
        xx = cos(radian);
        yy = sin(radian);
        glVertex2d(xx, yy);
        radian += 0.05;
    }
    glEnd();
    glColor3f(0.0, 0.0, 1.0)
glBegin(GL_POINTS);
    while (t <= 70)
    {
        glVertex2d(x, y);
        vx = velo(vx, x, y, dt);
        vy = velo(vy, y, x, dt);
        x += vx * dt;
```

```
    y += vy * dt; t += dt;
}
glEnd();
x = 1.25;
y = 0;
vx = 0;
vy = 1.2;
t = 0;
glColor3f(0.0, 1.0, 1.0);
glBegin(GL_POINTS);
while (t <= 200)
{
    glVertex2d(x, y);
    vx = velo(vx, x, y, dt);
    vy = velo(vy, y, x, dt);
    x += vx * dt;
    y += vy * dt;
    t += dt;
}
glEnd();
x = 1.3;
y = 0;
vx = 0;
vy = 1.2;
t = 0;
glColor3f(.5, .6, 1.0);
glBegin(GL_POINTS);
while (t <= 220)
{
    glVertex2d(x, y);
    vx = velo(vx, x, y, dt);
    vy = velo(vy, y, x, dt);
    x += vx * dt;
    y += vy * dt;
```

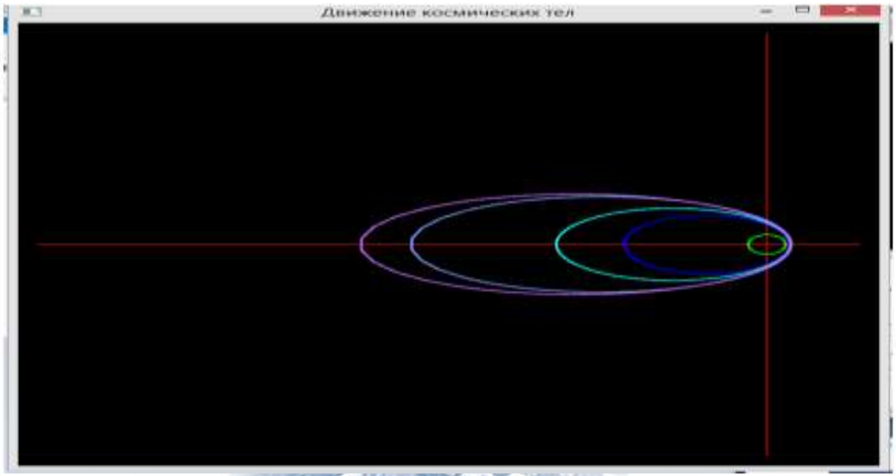
```
        t += dt;
    }
    glEnd();
    glFlush();
}
int main(int argc, char** argv)
{
    glutInit(&argc, argv);
    glutInitDisplayMode(GLUT_SINGLE | GLUT_RGB);
    glutInitWindowSize(640, 640);
    glutInitWindowPosition(20, 20);
    glutCreateWindow("Движение небесных тел");
    glutDisplayFunc(render_scene);
    glutReshapeFunc(change_size);
    initialise();
    glutMainLoop();
    return 0;
}
```

Результаты работы программы:

А) Траектория движения трех спутников



Б) Траектория движения четырех спутников



В программе excel мы моделируем движение спутника.

Первый спутник

V_x^1=A2+C2*I3, V_y^1=B2+D2*I3

a_x^1=-E2*F2*G2/КОРЕНЬ((G2^2+H2^2)^3)

a_y^1=-E2*F2*H2/КОРЕНЬ((G2^2+H2^2)^3)

t=I2+0,05, x_1=G2+A3*I3, y_1=H2+B3*(G3-G2)/A3

Второй спутник

V_x^2=K2+M2*I3 V_y^2=L2+N2*I3

a_x^2=-J2*F2*O2/КОРЕНЬ((O2^2+P2^2)^3)

a_y^2=-J2*F2*P2/КОРЕНЬ((O2^2+P2^2)^3)

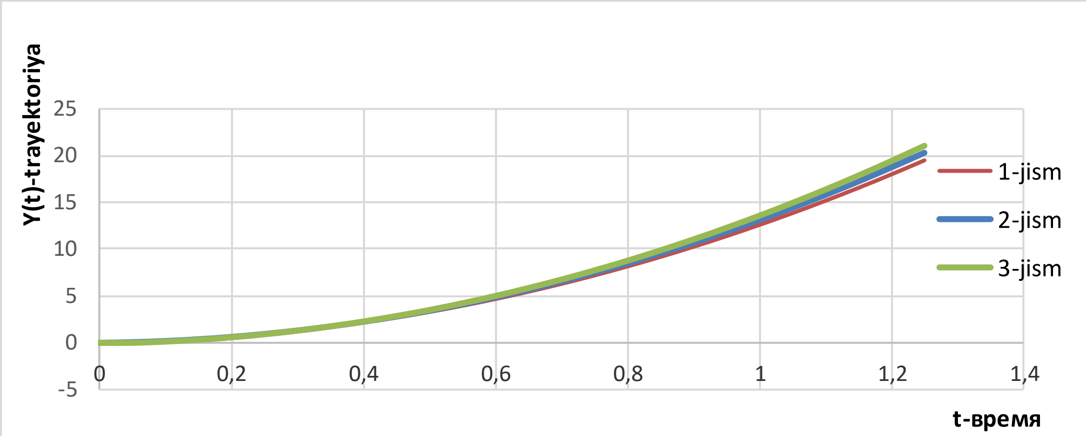
x_2=O2+K3*I3 y_2=H2+L3*(O3-O2)/K3

Третий спутник

V_x^3=R2+T2*I2 V_y^3=S2+U2*I2

a_x^3=-Q2*F2*V2/КОРЕНЬ((V2^2+W2^2)^3)

a_y^3=-Q2*F2*W2/КОРЕНЬ((V2^2+W2^2)^3) x_3=V2+R3*I3 y_3=W3+S4*(V4-V3)/R4



Заключение

В данной статье представлены результаты исследования орбитальной эволюции различных спутников и особенности движения, выявленные в этом процессе. Перед запуском спутника в космос важно провести тщательный анализ его орбитальной динамики, расхода топлива и параметров движения. Практические примеры показывают, что траектория спутников в космосе в основном имеет форму, близкую к круговой орбите.

Дальнейшее развитие данной темы может быть реализовано в нескольких научных направлениях. Теоретически перспективным направлением является расширение групп резонансов века, глубокий анализ влияния каждого из них на орбитальную эволюцию и определение вклада резонансов в общую динамику.

С практической точки зрения, полученные результаты могут быть использованы для моделирования движения астероидов и метеороидов, а также для более глубокого понимания эволюции малых тел в Солнечной системе путем сравнения их динамических портретов.

Кроме того, применение методов параллельных вычислений в сочетании с MEGNO-картированием при решении прямых динамических задач позволяет более детально изучить долгосрочную орбитальную эволюцию малых космических объектов.

Список литературы

1. Стрелков С.П. Механика – М.: Наука, 1975.–560с.

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика. – М.: Наука, 1974.– 520с.

3. Могилев А. В., Пак Н. И., Хённер Е. К. Информатика: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений - М.: Издательский центр «Академия», 2004.–816с.

4. Могилев А. В., Пак Н. И., Хённер Е. К. Практикум по информатике: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений - М.: Издательский центр «Академия», 2001.–608с.

5. Программирование на Visual Basic for Applications в Excel: учебнометодическое пособие / О. А. Широкова, Р. Ш. Гайнанова – Казань: КФУ, 2012. – 137с. http://kpfu.ru/main_page?p_sub=7046

6. Гайдышев И.П. Решение научных и инженерных задач средствами Excel, VBA и C/C++. - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. - 504 с. - ISBN 5-94157-477- 0