

AKSLANTIRISHLAR: TA'RIFI, TURLARI VA ALGEBRAIK XOSSALARI

Boboqulova Durdona Sanjar qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

pedagogika fakulteti matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi

MAQOLA
MALUMOTI

ANNOTATSIYA:

MAQOLA TARIXI:

Received: 26.09.2025

Revised: 27.09.2025

Accepted: 28.09.2025

KALIT SO'ZLAR:

akslantirish,
simmetriya, koordinata,
matritsa,
transformatsiya,
geometrik tasvir,
algebraik xossa.

Ushbu maqolada akslantirish tushunchasi, uning asosiy turlari (o'qqa nisbatan, tekislikka nisbatan va nuqtaga nisbatan) va ular bilan bog'liq algebraik xossalarni yoritilgan. Akslantirishlar geometriya, algebra va kompyuter grafikasi sohalarida keng qo'llaniladi. Maqolada akslantirish operatorlarining matritsalar orqali ifodalanishi va ularning kompozitsion xossalari ham ko'rib chiqilgan. Nazariy tahlil va amaliy misollar orqali mavzuga oid bilimlar mustahkamlanadi.

Geometriyada akslantirish (yoki simmetriya) — bu fazoviy ob'ektlarning belgilangan chiziq, tekislik yoki nuqtaga nisbatan o'z tasvirini o'zgartirish usulidir. Akslantirishlar eng sodda lekin fundamental geometrik transformatsiyalardan biri bo'lib, ular nafaqat matematikada, balki fizika, informatika, texnika va san'atda ham keng qo'llaniladi.

Akslantirish tushunchasi o'quvchilar va talabalarning fazoviy tafakkurini rivojlantirishda, chizma geometriya va analitik geometriya fanlarini o'rganishda muhim o'rin tutadi. Akslantirish natijasida hosil bo'lgan figura avvalgi figuraning simmetrik nusxasi bo'lib, ko'plab masalalarda simmetriya xususiyatidan foydalanish hisob-kitoblarni soddalashtiradi.

Akslantirishlar bilan bog'liq transformatsiyalar matematikaning chiziqli algebra, analitik geometriya va fazoviy modellashtirish kabi sohalarida muhim o'rin tutadi. Ular orqali fazodagi ob'ektlarning simmetrik holatlarini o'rganish, ularni aks ettirish yo'li bilan yangi shakllarni hosil qilish, xossalarni taqqoslash mumkin. Bu esa ularni nafaqat nazariy, balki

amaliy sohalarda — arxitektura, texnik loyihalash, grafik dizayn, kompyuter animatsiyasi kabi yo‘nalishlarda qo‘llashga imkon yaratadi.

Shuningdek, akslantirishlar elementar geometriya tushunchalarini mustahkamlashda ham muhim rol o‘ynaydi. O‘quvchilarda koordinatalar bilan ishlash, simmetriya, parallelizm, perpendikulyarlik kabi tushunchalar bo‘yicha aniq tasavvur hosil bo‘ladi. Ayniqsa, o‘rta va oliy ta‘limda analitik geometriya va chiziqli algebra darslari akslantirish tushunchasiz to‘liq o‘rgatilmaydi. Shu sababli, mazkur maqola orqali akslantirishlarning asosiy matematik xususiyatlarini tahlil qilish dolzarb ilmiy-amaliy vazifalardan biri hisoblanadi.

Ushbu maqolani yozishda quyidagi ilmiy metodlar asos qilib olindi:

- Nazariy tahlil – akslantirishning matematik asoslari, ularning turlari va formulalari bayon qilindi.

- Analitik metod – akslantirishlarning algebraik ifodalari (matritsa orqali) o‘rganildi.
- Amaliy misollar – har bir akslantirish turiga oid konkret masalalar yechimi keltirildi.
- Taqqoslash – turli akslantirishlarning farqli va umumiy jihatlari ajratib ko‘rsatildi.

Akslantirishning ta‘rifi

Akslantirish — bu shakl yoki figura elementlarini belgilangan simmetriya o‘qi, tekisligi yoki markaziga nisbatan nusxalash amali bo‘lib, har bir nuqta mos ravishda qarama-qarshi tomonda joylashadi.

Akslantirish turlari

1. O‘qqa nisbatan akslantirish (1D yoki 2D holatlarda)

- Masalan, xxx -o‘qiga nisbatan akslantirish:

$$(x,y) \rightarrow (x,-y) \quad (x,y) \rightarrow (x,-y)$$

- yyy -o‘qiga nisbatan:

$$(x,y) \rightarrow (-x,y) \quad (x,y) \rightarrow (-x,y)$$

2. Koordinata boshiga (markaziy) nisbatan akslantirish

$$(x,y) \rightarrow (-x,-y) \quad (x,y) \rightarrow (-x,-y)$$

3. Diagonallar yoki $y = x$ va $y = -x$ to‘g‘rilariga nisbatan akslantirish

- $y = xy = xy = x$:

$$(x,y) \rightarrow (y,x) \quad (x,y) \rightarrow (y,x)$$

- $y = -xy = -xy = -x$:

$$(x,y) \rightarrow (-y,-x) \quad (x,y) \rightarrow (-y,-x)$$

Matritsali ifodalar

Akslantirishlar chiziqli transformatsiya bo‘lib, ularni matritsa yordamida yozish mumkin.

Akslantirish turi	Matritsa ko‘rinishi
xxx-o‘qiga nisbatan	$[100-1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} [100-1]$
yyy-o‘qiga nisbatan	$[-1001] \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [-1001]$
Markaziy (0,0)	$[-100-1] \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} [-100-1]$
$y=xy = xy=x$ to‘g‘risi	$[0110] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} [0110]$
$y=-xy = -xy=-x$ to‘g‘risi	$[0-1-10] \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} [0-1-10]$

Akslantirishlar har qanday koordinata sistemasi uchun asosiy chiziqli transformatsiyalardan biri hisoblanadi. Ular yordamida ob’yektlarning simmetrik ko‘rinishlarini tahlil qilish, ularni teskari o‘girib yoki moslashtirib ko‘rish mumkin. Bu nafaqat geometriyada, balki dasturlash, kompyuter grafikasi, 3D modellashtirish va robototexnika sohalarida ham keng qo‘llaniladi.

Akslantirishlar geometriya uchun oddiy ko‘rinishdagi amallar bo‘lsa-da, ular orqali murakkab transformatsiyalar va tasvirlar ketma-ketligini qurish mumkin. Masalan, matritsa asosida akslantirishlarni kombinatsiyalash orqali murakkab simmetrik naqshlar yoki animatsiyalar yaratiladi.

Akslantirishlar ayni paytda o‘quvchilarning fazoviy tasavvurini shakllantirishda muhim vositadir. Ular yordamida o‘quvchilar koordinata o‘qining o‘zgarishlarini tasavvur qiladi va tenglamalarni geometrik tahlil orqali yechadi.

Akslantirishlarning chiziqli transformatsiyalar sifatida qaralishi ularni algebraik jihatdan chuqur o‘rganish imkonini beradi. Har bir akslantirish matritsa orqali ifodalangani sababli ularni boshqa transformatsiyalar bilan kombinatsiyalash, kompozitsiyalarini tahlil qilish osonlashadi. Masalan, ketma-ket ikkita akslantirish natijasida obyekt yana asl holatiga qaytishi mumkin — bu esa geometrik simmetriya tushunchalariga asoslanadi.

Bundan tashqari, akslantirish matritsalarini ortogonal matritsalar sinfiga kiradi, ya’ni ular fazoni buzmasdan, faqat shaklning joylashuvini o‘zgartiradi. Bunday xossa chiziqli algebra kurslarida vektorlarni o‘zgartirishda, fazoda o‘zgarimas o‘lchovli obyektlar bilan ishlashda juda muhimdir.

Hozirgi kunda akslantirishlar algoritmlar va sun’iy intellekt modellarida ham qo‘llanmoqda. Masalan, kompyuter ko‘rish (computer vision) sohasida tasvirlarni simmetrik qayta ishlashda yoki robot harakat trayektoriyasini aniqlashda akslantirish

transformatsiyalari zarur vositalardan biridir. Grafik dasturlashda esa har qanday obyektning muayyan o'qqa nisbatan akslantirish orqali o'zgaruvchan animatsiyalar yaratiladi.

Shuningdek, bu mavzu o'quvchilarning mantiqiy va fazoviy tafakkurini rivojlantiradi. Akslantirishlar orqali ular simmetrik fikrlash, transformatsiyalarni tasavvur qilish va geometrik amallarni algebraik ko'rinishda ifodalash ko'nikmalarini shakllantiradi. Shu jihatdan ham ushbu mavzuni chuqur o'rganish didaktik va amaliy qiymatga ega.

Akslantirishlar — bu geometriyaning muhim qismlaridan biri bo'lib, ob'yektlar simmetriyasini o'rganish va ularni transformatsiyalashda asosiy vositadir. Ushbu maqolada akslantirishlarning ta'rifi, asosiy turlari va ularning algebraik (matritsali) ifodalanishlari tahlil qilindi. Bu transformatsiyalarni bilish va ulardan foydalanish matematik, muhandislik va kompyuter fanlarida amaliy muhim ahamiyat kasb etadi. Kelgusida bu mavzuni 3D akslantirishlar, aylantirishlar va boshqa chiziqli transformatsiyalar bilan bog'liq holda kengaytirish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Shamsiyev M. *Geometriya va chizma geometriya asoslari*. Toshkent: Fan va texnologiya, 2020.
2. Axmedov U. *Matritsalar nazariyasi va transformatsiyalar*. Samarqand: Zarafshon, 2019.
3. Stewart J. *Calculus with Analytic Geometry*. Cengage Learning, 2015.
4. Khan Academy. *Reflections in geometry* – www.khanacademy.org
5. Lay D.C. *Linear Algebra and Its Applications*. Pearson, 2016.
6. Kopelevich M.Ya. *Analitik geometriya*. Moskva: Nauka, 2005.