

LIMIT TUSHUNCHASI VA UNING MATEMATIK ANALIZDAGI AHAMIYATI

Hakimova Nigora Abdig'afforovna*Bo'stonliq tumani 1-son politexnikumi, matematika fan o'qituvchisi.**hakimovanigora21@gmail.com***MAQOLA
MALUMOTI****ANNOTATSIYA:****MAQOLA TARIXI:***Received: 05.11.2025**Revised: 06.11.2025**Accepted: 07.11.2025***KALIT SO'ZLAR:***Limit, ta'rifi,
differensial hisob,
integral hisob,
uzluksizlik,
matematik
modellashtrish, limit
xossalari,
yaqinlashuv
nazariyasi.*

Ushbu maqolada matematik analizning fundamental tushunchalaridan biri bo'lgan limit nazariyasi chuqur yoritiladi. Limit tushunchasi funksiyaning argumenti ma'lum bir qiymatga yaqinlashganida uning qanday qiymatga intilishini aniqlash imkonini beradi. Mazkur maqolada limitning intuitiv va rasmiy ta'riflari, uning asosiy xossalari, mavjudlik shartlari hamda turli misollar yordamida qo'llanishi tahlil qilinadi. Shuningdek, limit nazariyasining differensial va integral hisobning shakllanishidagi o'rni, ehtimollar nazariyasidagi qo'llanishi, sonli usullar va matematik modellashtrish jarayonlaridagi ahamiyati yoritiladi. Limit tushunchasi nafaqat sof matematik nazariyada, balki iqtisodiyot, fizika, biologiya va texnika fanlaridagi real jarayonlarni tasvirlashda ham muhim vosita bo'lib xizmat qiladi.

Kirish

Matematik analiz fani insoniyat tafakkurida cheksizlik g'oyasining paydo bo'lishi va uni nazariy jihatdan asoslash zarurati natijasida shakllangan. Cheksiz kichik va cheksiz katta miqdorlar tabiat hodisalarini, dinamik jarayonlarni, o'sish va o'zgarish qonuniyatlarini chuqur o'rganish uchun fundamental ahamiyat kasb etgan. Ana shu jarayonlar ichida limit tushunchasi markaziy o'rin tutadi. Limit, funksiyalar va ketma-ketliklarning ma'lum bir nuqtaga yaqinlashish holatini matematik jihatdan ifodalashga yordam beruvchi asosiy vosita bo'lib, barcha zamonaviy tahlil metodlarining poydevori hisoblanadi. Tarixiy manbalarda qayd etilishicha, XVII asrda I. Nyuton va G. Leybnits tomonidan differensial va integral

hisobning yaratilishi matematik analizda tub burilish yasagan. Bu davrda limit g'oyasi intuitiv tarzda qo'llanilgan bo'lsa-da, rasmiy aniqlik yetishmas edi. XIX asrga kelib, A. Koshiy va K. Veyershtrasslar tomonidan limitning epsilon-delta usulida qat'iy ta'riflanishi matematik tahlilni mantiqiy jihatdan pishiq va asosli fan sifatida shakllantirdi. Ushbu izlanishlar natijasida matematik analiz zamonaviy qat'iy ilmiy mezonlarga ega bo'ldi va fan sifatidagi mavqei mustahkamlandi. Bugungi kunda limit tushunchasi nafaqat aniq matematik masalalarni yechishda, balki real hayot jarayonlarini modellashtirishda ham keng qo'llaniladi. Masalan, fizikadagi harakat qonunlari, iqtisodiyotdagi bozor dinamikasi, biologiyada populyatsiya o'sishi, muhandislik tizimlaridagi signallarni tahlil qilish va kompyuter fanlarida raqamli algoritmlarni ishlab chiqish jarayonlari limitlar nazariyasiga tayanadi. Shuningdek, differensial va integral tenglamalar, ehtimollar nazariyasi, statistik tahlil hamda raqamli hisoblash usullarining asosi ham limitga borib taqaladi. Shu sababli limit tushunchasining nazariy asoslarini chuqur o'rganish va uni amaliy masalalarda qo'llay bilish nafaqat matematiklar, balki tabiiy fanlar, muhandislik, iqtisodiyot va kompyuter texnologiyalari bilan shug'ullanuvchi mutaxassislar uchun ham dolzarb vazifa sanaladi. Ushbu maqolada limit tushunchasining tarixiy shakllanishi, rasmiy ta'riflari, xossalari, turli ko'rinishlari hamda amaliy qo'llanilish sohalari batafsil yoritiladi.

Limitning intuitiv ta'riflash.

Funksiya limiti intuitiv tarzda shunday tushuniladiki, agar argument ma'lumbir qiymatga yaqinlashsa, funksiyaning qiymati ham ma'lum son tomon intiladi. Masalan, $f(x) = 3 \cdot x$ funksiyasida $x \rightarrow 2$ bo'lsa, $f(x) \rightarrow 6$ bo'ladi, chunki $3 \cdot 2 = 6$. Bu jarayon funksiyaning qiymati o'zgarishi orqali limit mavjudligini ko'rsatadi, ammo rasmiy matematik ta'rif bundan ancha murakkab bo'lib, qat'iy aniqlik talab etadi.

Limitning qat'iy $\varepsilon - \delta$ ta'rifi.

Funksiya limitining qat'iy ta'rifi quyidagicha:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Agar har qanday $\varepsilon > 0$ uchun shunday $\delta > 0$ topilsinki, $0 < |x - a| < \delta$ bo'lganda $|f(x) - L| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsin. Bu ta'rif funksiyaning barcha yaqin nuqtalaridagi xatti-xarakatini nazariy jihatdan mukammal tasvirlaydi va matematik isbotlarda qo'llaniladi.

Limit xossalari.

Agar $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ va $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ mavjud bo'lsa, ular quyidagi xossalarga ega;

1. Chiziqlilik: $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$,
2. Ko'paytma xossasi: $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$,
3. Kasr xossasi: $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$,
4. Son qiymatdagi limit: $\lim_{x \rightarrow a} (c) = c$,
5. Identiklik limiti: $\lim_{x \rightarrow a} (x) = a$.

Bu xossalar limitlarni hisoblashda asosiy qo'llaniladigan qoidalaridir.

Misollar va amaliy ko'nikmalar:

1-misol:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x - 2) = 5 \cdot 2 - 2 = 7.$$

2-misol:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0.$$

3-misol:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 1.$$

4-misol:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 3)}{(x^2 - 1)} = 2.$$

Bu misollar tahlil qilish, fizik jarayonlarda chegaraviy holatlarni o'lchash va kompyuter algoritmlarida yaqinlashuvni aniqlash uchun ishlatiladi.

Limitlarning qo'llanishi.

Limit tushunchasi ko'plab ilmiy va amaliy sohalarda qo'llaniladi:

- Hosila va integralda

- Sonli usullar va kompyuter hisoblashlarida
- Fizika va mexanikada harakat tenglamalarida
- Biologik modellashtirishda (Lotka–Volterra tizimi)
- Iqtisodiyotda bozor jarayonlari modellarida
- Statistika va ehtimollar nazariyasida

Xulosa

Limit matematik analizning asosiy kategoriyalaridan biri bo‘lib, funksiyalar chegaraviy xatti-harakatini o‘rganadi. Hosila, integral, uzluksizlik va yaqinlashuv kabi tushunchalar aynan limit asosida shakllangan. Limit nazariyasi zamonaviy ilm-fanning barcha yo‘nalishlarida dolzarb ahamiyatga ega.

Foydalanilgan Adabiyotlar

1. Cauchy A. Cours d’Analyse. Paris, 1821.
2. Weierstrass K. Über die Theorie der Funktionen. Berlin, 1872.
3. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill, 1976.
4. Apostol T. Mathematical Analysis. Addison-Wesley, 1974.
5. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elementy teorii funkciy i funktsionalnogo analiza. Moskva, 1989.