

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ БОРТА КАРЬЕРЫ

Худайбердиев О.Ж.¹

Эркинова М.Э.¹

¹ *Навоийский государственный горно-технологический*

Университет

Норов Г.М.²

² *Навоийский инновационный университет*

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

АБСТРАКТНЫЙ:

ИСТОРИЯ СТАТЬИ:

Received: 24.11.2024

Revised: 25.11.2024

Accepted: 26.11.2024

В данной статье решается задача по определению аналитического выражения траектории борта карьеры, с целью дальнейшего установлению его устойчивости. При решении поставленной задачи применяются методы кубического сплайна и линейной алгебры.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

Траектория борта карьеры, кубическое уравнение, кубический сплайн функция, неизвестные коэффициенты, независимая переменная, функция.

ВВЕДЕНИЕ. При выработке горной породы важную роль играет устойчивость борта карьеры или уступа. Для того, чтобы установить их устойчивость, нужно определить форму траектории борта карьеры. В современных, как зарубежных, так и отечественных, исследовательских работах большинство соискателей склонны вести исследование траекторию борта карьеры в виде наклонной прямой или в вогнутой форме. Исследование траекторию борта карьеры в выпуклой форме ведено немного, тем более аналитического выражения вообще отсутствует. В данной работе делается попытка описания аналитического выражения траекторию борта карьеры в виде кубического сплайна. Решение поставленной задачи иллюстрируется на конкретном примере.

Постановка задачи

Определить траекторию борта карьеры, если в результате экспериментов, получена некоторая зависимость функции $y = f(x)$ от переменной x , в виде таблицы (таб. 1).

Таблица 1.

i	0	1	2	3	4
x	0	5	10	15	20
y	0	11	18	24	28

В таблице 1 приведены результаты эксперимента полученной зависимости функции $y = f(x)$ от переменной x . i – номер точек, x – значения переменной, y – значения функции.

Решение задачи

Для решения поставленной задачи используем метод кубического сплайна, заимствованного из работы [1]. Во избежание элементарных, но громоздких вычислений, приводим результаты проведенных работ:

$$y_i = S_i = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3. \quad (1)$$

Равенство (1) является искомым кубическим сплайном. Далее, используя данные из таблицы 1, составим частные кубические сплайны, соответствующие каждому значению x_i , где $i = \overline{0,3}$:

$$y_0 = S_0 = a_0 + b_0x + c_0x^2 + d_0x^3,$$

$$y_1 = S_1 = a_1 + b_1(x - 5) + c_1(x - 5)^2 + d_1(x - 5)^3,$$

$$y_2 = S_2 = a_2 + b_2(x - 10) + c_2(x - 10)^2 + d_2(x - 10)^3,$$

$$y_3 = S_3 = a_3 + b_3(x - 15) + c_3(x - 15)^2 + d_3(x - 15)^3.$$

Для определения неизвестных коэффициентов a_i, b_i, c_i, d_i ($i = \overline{0,3}$), согласно [1], составим следующую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = 0 \\ a_1 = 11 \\ a_2 = 18 \\ a_3 = 24 \\ c_0 = 0 \\ 5b_0 + 25c_0 + 125d_0 = 11 \\ 5b_1 + 25c_1 + 125d_1 = 7 \\ 5b_2 + 25c_2 + 125d_2 = 6 \\ 5b_3 + 25c_3 + 125d_3 = 4 \\ b_0 - b_1 + 10c_0 + 75d_0 = 0 \\ b_1 - b_2 + 10c_1 + 75d_1 = 0 \\ b_2 - b_3 + 10c_2 + 75d_2 = 0 \\ c_0 - c_1 + 15d_0 = 0 \\ c_1 - c_2 + 15d_1 = 0 \\ c_2 - c_3 + 15d_2 = 0 \\ c_3 + 15d_3 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_0 = 0 \\ a_1 = 11 \\ a_2 = 18 \\ a_3 = 24 \\ c_0 = 0 \\ 5b_0 + 125d_0 = 11 \\ 5b_1 + 25c_1 + 125d_1 = 7 \\ 5b_2 + 25c_2 + 125d_2 = 6 \\ 5b_3 + 25c_3 + 125d_3 = 4 \\ b_0 - b_1 + 75d_0 = 0 \\ b_1 - b_2 + 10c_1 + 75d_1 = 0 \\ b_2 - b_3 + 10c_2 + 75d_2 = 0 \\ -c_1 + 15d_0 = 0 \\ c_1 - c_2 + 15d_1 = 0 \\ c_2 - c_3 + 15d_2 = 0 \\ c_3 + 15d_3 = 0 \end{array} \right.$$

Далее, используя матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений, находим неизвестных коэффициентов $a_i, b_i, c_i, d_i (i = \overline{0, 3})$, (таб. 2):

Таблица 2.

i	a_i	b_i	c_i	d_i
0	0	2,40714 3	0	- 0,00829
1	1 1	1,78571 4	- 0,12429	0,00942 9
2	1 8	1,25	0,01714 3	- 0,00543
3	2 4	1,01428 6	- 0,06429	0,00428 6

В таблице 2 приведены значения неизвестных коэффициентов, для соответствующих кубических сплайнов.

Теперь используя данные из таблицы 2, находим аналитические выражения частичных кубических сплайнов, по выражению (1):

$$y_0 = S_0 = a_0 + b_0x + c_0x^2 + d_0x^3 = 0 + 2,407x + 0 \cdot x^2 - 0,008x^3 = 2,407x - 0,008x^3,$$

$$y_0 = S_0 = -0,008x^3 + 2,407x.$$

$$y_1 = S_1 = a_1 + b_1(x - 5) + c_1(x - 5)^2 + d_1(x - 5)^3 = 11 + 1,785714(x - 5) - 0,12429(x - 5)^2 + 0,009429(x - 5)^3 = 11 + 1,785714(x - 5) - 0,12429(x^2 - 10x + 25) + 0,009429(x^3 - 15x^2 + 75x - 125) = 11 + 1,785714x - 8,92857 - 0,12429x^2 + 1,2429x - 3,10725 + 0,009429x^3 - 0,141435x^2 + 0,707175x - 1,178625 = 0,009429x^3 - 0,265725x^2 + 3,735789x - 2,214445,$$

$$y_1 = S_1 = 0,009429x^3 - 0,265725x^2 + 3,735789x - 2,214445.$$

$$y_2 = S_2 = a_2 + b_2(x - 10) + c_2(x - 10)^2 + d_2(x - 10)^3 = 18 + 1,25(x - 10) + 0,017143(x - 10)^2 - 0,00543(x - 10)^3 = 18 + 1,25(x - 10) + 0,017143(x^2 - 20x + 100) - 0,00543(x^3 - 30x^2 + 300x - 1000) = 18 + 1,25x - 12,5 + 0,017143x^2 - 0,34286x + 1,7143 - 0,00543x^3 + 0,1629x^2 - 1,629x + 5,43 = -0,00543x^3 + 0,180043x^2 - 0,72186x + 12,6443,$$

$$y_2 = S_2 = -0,00543x^3 + 0,180043x^2 - 0,72186x + 12,6443.$$

$$y_3 = S_3 = a_3 + b_3(x - 15) + c_3(x - 15)^2 + d_3(x - 15)^3 = 24 + 1,014286(x - 15) - 0,06429(x - 15)^2 + 0,004286(x - 15)^3 = 24 + 1,014286(x - 15) - 0,06429(x^2 - 30x + 225) + 0,004286(x^3 - 45x^2 + 675x - 3375) = 24 + 1,014286x - 15,21429 - 0,06429x^2 + 1,9287x - 14,46525 + 0,004286x^3 - 0,19287x^2 + 2,89305x - 14,46525 = 0,004286x^3 - 0,25716x^2 + 5,836036x - 20,14479,$$

$$y_3 = S_3 = 0,004286x^3 - 0,25716x^2 + 5,836036x - 20,14479.$$

Итак, найдены все аналитические выражения кубических сплайнов в частичных отрезках $[x_i; x_{i+1}]$, где $i = \overline{0; 3}$. Геометрическое изображение полученных функций приведен в рисунок 1(см. рис. 1):

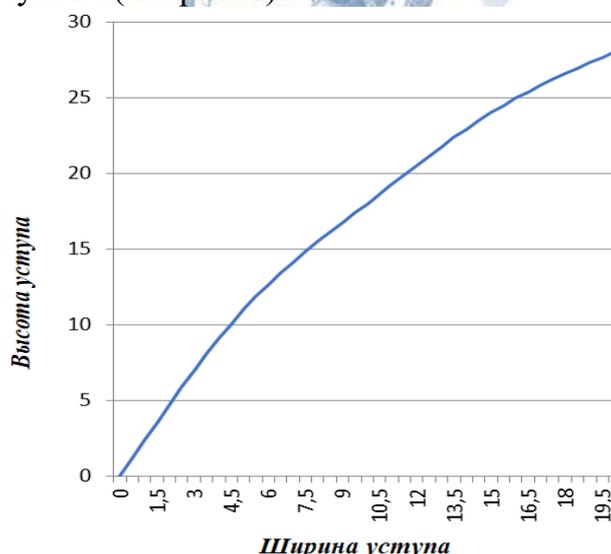


Рис. 1. Траектория борта карьеры, полученная кубическим сплайном.

На рисунке 2 приведен общий вид борта карьеры горного массива, подлежащего выработке:

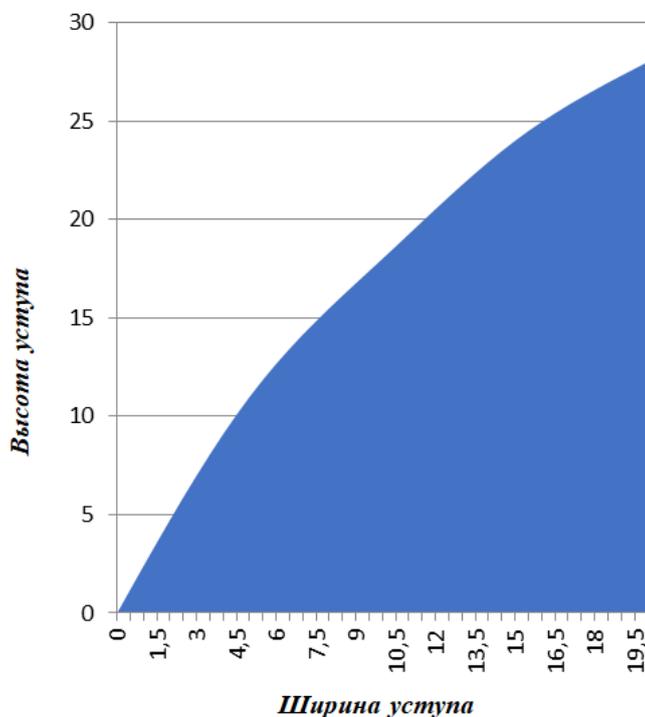


Рис. 2. Общий вид борта карьеры, проектированный кубическим сплайном.

Если объединить все полученные аналитические выражения кубических сплайнов в частичных отрезках, то имеем:

$$y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3 = -0,00829x^3 + 2,407143x + 0,009429x^3 - 0,265725x^2 + 3,735789x - 2,214445 - 0,00543x^3 + 0,180043x^2 - 0,72186x + 12,6443 + 0,004286x^3 - 0,25716x^2 + 5,836036x - 20,14479 = -0,000005x^3 - 0,342842x^2 + 11,257108x - 9,714935,$$

$$y = -0,000005x^3 - 0,342842x^2 + 11,257108x - 9,714935.$$

Геометрическое изображение этой функции не приводит к желаемому результату. Поэтому, выбор метода кубического сплайна является оправданной.

Вывод

Таким образом, поставленная задача решена, получена аналитические выражения на частичных отрезках для определения выпуклой формы траектории вырабатываемой горной породы в виде кубического сплайна и построен соответствующий график. Также продемонстрирован общий вид борта карьеры, проектированный кубическим сплайном.

Литература:

1. Норов Ю.Д., Заиров Ш.Ш. Проектирование карьеров и обеспечение устойчивости бортов. –Монография. – Навои, Изд. «Навои», 2015. – 252 с.
2. Демин А.М. Устойчивость открытых горных выработок и отвалов. – М.: Недра, 1973. – 232 с.
3. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Вычислительная математика. Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука. 1976. 248 с.
4. <http://statistica.ru/branches-maths/interpolyatsiya-splaynami-teor-osnovy>.
5. G. M. Norov, O. J. Khudayberdiev, S. Kh. Rakhmatov, M.R. Mekhmonov, Assessment of the stability of the pit wall using the cubic spline method and the slope angle of the pit wall trajectory. EPRA International Journal of Research and Development (IJRD), USA, August 2023, Volume: 8, Issue: 8. p.75-80.
6. Zairov Sh., Ravshanova M., Karimov Sh. Scientific and technical fundamentals for explosive destruction of the mass composed of rocks with different hardness // Mining of Mineral Deposits. National Mining University, 2017. Volume 11. Issue 2. – p. 46-51. ISSN 2415-3443 (Online). ISSN 2415-3435 (Print).
7. Норов Г.М., Худайбердиев О.Ж., Рахматов С.Х., Мехмонов М.Р. Построение выпуклой формы траектории борта карьера методом кубических сплайнов. Али Кушчи таваллудининг 620 йиллиги ҳамда Ўзбекистон Республикаси фанлар академиясининг 80 йиллигига бағишланган “Али Кушчи – Мирзо Улуғбек илмий мактабининг буюк элчиси” мавзусидаги халқаро илмий анжуман материаллари 2023 йил 21-22 сентябрь, Самарқанд. 146-152 б.
8. Норов Г.М., Худайбердиев О.Ж. Определение координат центра масс горного массива ограниченного бортом карьеры и плоскостью скольжения. Вестник НУУЗ научный журнал Национального Университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека, 2024 №2/2.
9. Норов Г.М., Худайбердиев О.Ж., Рахматов С.Х., Мехмонов М.Р. Determination of convex shape of the trajectory of the quarry board trajectory by the method of cubic splines. The American Journal of Interdisciplinary Innovations and Research, USA, November 2023, Volume 05, Issue 11, Pages: 51-62.
10. Норов Г.М., Худайбердиев О.Ж., Рахматов С.Х., Карабекян С.Х. Задача об определении формы отвалов, методах вычисления их объёмов и массы. Горный вестник Узбекистана научно-технический и производственный журнал, №4(95) октябрь-декабрь 2023. стр. 69-71.
11. Норов Г.М., Худайбердиев О.Ж., Мехмонов М.Р. Об использовании координат центра масс горной породы для определения коэффициента запаса устойчивости борта карьеры. “Зарафшон воҳасини комплекс инновацион ривожлантириш ютуқлари, муаммолари ва истиқболлари” халқаро илмий-амалий анжумани материаллари тўплами 1-қисм, 18-19 апрель 2024 йил, Навоий. 135-137 б.

12. Норов Г.М. Integration and analytical results of concrete sciences with production (in the example of mathematics and production). “Олий таълимда рақамли технологиялар ва инновация: фан, таълим, тарбия” мавзусидаги халқаро илмий-техник анжуман, Навоий, 2024 йил 18 апрель. 123-125 б.

13. Норов Г.М. Mathematical modeling of forces acting on the two-dimensional point at the center of mass of a convex career board: an empirical approach. “Замонавий анализ ва математик физика масалалари” номли Республика илмий-амалий анжумани материаллари тўплами. Самарқанд 2024, 16-17 сентябрь. 382-383 б.

