

**AYIRMALI TENGLAMALARI ASOSIDA IQTISODIY VA EKOLOGIK
TIZIMLARNI MODELLASHTIRISH****Abdishukurov Bekzod Davron o'g'li***TDTrU, "Qurilish muhandisligi" fakulteti, 60540200-Amaliy matematika ta'lim
yo'nalishi 1-kurs talabasi***Ilmiy rahbar: Dilfuza Baxromovna Eshmamatova***TDTrU, professor*24dil@mail.ru**MAQOLA MALUMOTI****ANNOTATSIYA:****MAQOLA TARIXI:***Received: 25.12.2025**Revised: 26.12.2025**Accepted: 27.12.2025***KALIT SO'ZLAR:***Ayirmali tenglamalari,
iteratsion jarayonlar, matematik
modellashtirish, eksponentsial
o'sish, populyatsiya dinamikasi,
dinamik xatti-harakat.*

Ushbu maqolada ayirmali tenglamalari orqali iqtisodiy va ekologik tizimlarning vaqt bo'yicha o'zgarishini modellashtirish usullari yoritiladi. Ayirmali tenglamalari yordamida real hayotdagi dinamik jarayonlarni — pul mablag'lari o'sishi, aholi sonining o'zgarishi kabi hodisalarni matematik jihatdan ifodalash mumkinligi asoslab beriladi. Maqolada iteratsion funksiyalar, ularning rekursiv tuzilmalari va ularning yechimlarini aniqlash usullari tushuntiriladi. Chiziqli va chiziqli bo'lmagan ayirmali tenglamalar misolida turli holatlardagi tizim xatti-harakatlari, ularning barqarorligi yoki beqarorligi, cheksiz o'sish yoki yo'q bo'lib ketish shartlari tahlil qilinadi. Xususan, matematik modellashtirish vositasi sifatida eksponentsial va logistik funksiyalar yordamida o'suvchan va cheklangan resurslarga ega bo'lgan tizimlarning harakati ko'rib chiqiladi. Logistik model

orqali real hayotdagi resurslar chegaralangan bo'lgan muhitda populyatsiya o'sishi qanday holatlarga olib kelishi mumkinligi ko'rsatiladi. Ushbu modeldagi kvadratik tenglama oddiy ko'rinishga qaramay, murakkab dinamiklarni keltirib chiqarishi mumkinligi ta'kidlanadi. Maqola talabalarga, tadqiqotchilarga va matematik modellashtirishga qiziquvchilarga iteratsion jarayonlar, Ayirmali tenglamalari va ularning real hayotdagi qo'llanilishini tushunishga yordam beradi. Nazariy asoslar sodda misollar bilan yoritilgan bo'lib, murakkab tizimlarni tahlil qilishda dastlabki tayanch bilimni shakllantiradi.

Tabiat va jamiyatda kechadigan ko'plab jarayonlar o'zgaruvchan bo'lib, vaqt o'tishi bilan ularning holati o'zgaradi. Iqtisodiy tizimda kapitalning o'sishi, ekologik tizimda esa turli biologik populyatsiyalarning ko'payishi yoki kamayishi — bularning barchasi muayyan qonuniyatlarga asoslangan dinamik jarayonlardir. Bunday jarayonlarni matematik usullar yordamida modellashtirish nafaqat ularni chuqur tushunishga, balki kelajakdagi holatni bashorat qilishga ham imkon beradi.

Ayirmali tenglamalar – bu matematik tenglama bo'lib, u ketma-ket bosqichlardagi qiymatlar orasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Ya'ni, hozirgi davrdagi qiymat oldingi davrdagi qiymatlarga bog'liq bo'ladi.

Matematik modellashtirish – bu murakkab tizimlarni matematik vositalar orqali tushunishga va boshqarishga yordam beradigan jarayon.

Iteratsion jarayonlar – takroriy amallar yordamida ketma-ket natijalar olish jarayonidir.

Eksponentsial o'sish – vaqt o'tishi bilan doimiy foiz yoki koeffitsiyentga ko'payadigan o'sish jarayonidir.

Populyatsiya dinamikasi – aholi soni va tarkibining vaqt bilan o'zgarishini o'rganib, unga ta'sir qiluvchi omillarni tahlil qiluvchi populyatsion genetikaning bir qismidir.

Endi mavzuga oid asosiy masalalarni ko'rib chiqamiz.

Moliyadan misol

Quyidagi vaziyatni ko'rib chiqamiz. Aytaylik, biz \$1000 dollar pulni 10 foiz bilan bankka qo'yamiz. Biz savol beramiz: agar biz bu pulni n yil davomida tegmasdan qoldirsak, bu davr oxirida hisobimizda qancha pul bo'ladi? Oddiy bo'lish uchun biz 10 foiz yil oxirida har yili bir marta hisobimizga qo'shiladi deb taxmin qilamiz. Bu iterativ jarayon yoki dinamik tizimning eng oddiy misollaridan biridir. Keling, bankda bor miqdorini n yil oxirida A_n bilan belgilaylik. Bizning muammomiz ba'zi berilgan yillar uchun A_n ni aniqlashdir. Biz bilamizki, A_0 , bizning dastlabki depozitimiz \$ 1000. Bir yildan keyin biz ushbu miqdorga 10 foizni qo'shamiz va yangi balansimizni olamiz. Bu degani

$$A_1 = A_0 + 0.1A_0 = 1.1A_0$$

Bizning maxsus holatimizda $A_1 = \$1100$. Ikkinchi yilning oxirida biz xuddi shu operatsiyani bajaramiz

$$A_2 = A_1 + 0.1A_1 = 1.1A_1$$

shuning uchun $A_2 = \$1210$. Davomiy,

$$A_3 = 1.1A_2$$

$$A_4 = 1.1A_3$$

.....

$$A_n = 1.1A_{n-1}$$

Shunday qilib, biz o'tgan yilning balansini bilganimizda A_n miqdorini rekursiv ravishda aniqlashimiz mumkin. $A_n = 1.1A_{n-1}$ tenglamasi (birinchi tartibli) ayirmali tenglamasiga misoldir. Bunday tenglamada biz joriy ma'lumotni aniqlash uchun avvalgi yildagi (yoki boshqa belgilangan vaqt oralig'ida) ma'lumotlardan foydalanamiz, keyin bu ma'lumotlardan keyingi yilning miqdorini aniqlash uchun foydalanamiz va hokazo. Eslatma sifatida, yuqori darajadagi Ayirmali tenglamalarida (biz bu kitobda muhokama qilmaymiz), joriy qiymatni aniqlash uchun avvalgi bir necha yillardan ma'lumot kerak bo'ladi. Biz bu Ayirmali tenglamasini iteratsiya jarayonida hal qilamiz. Ishtirok etadigan iterativ jarayon

1.1 ga ko'paytirishdir. Ya'ni, agar biz $F(x) = 1.1x$ funktsiyasini aniqlasak, jamg'arma qoldiqlarimiz buni qayta-qayta qo'llash orqali aniqla

$$A_1 = F(A_0), A_2 = F(A_1), A_3 = F(A_2), \dots$$

va hokazo. Buni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$A_2 = F(F(A_0)) = F \cdot F(A_0), A_3 = F(F(F(A_0))) = F \cdot F \cdot F(A_0), \dots$$

ya'ni F -ni o'zi bilan qayta-qayta ketma-ket kompozitsiyasini tuzamiz:

$$F(x) = 1.1x \quad \text{ekan, bizda bor}$$

$$F(F(x)) = (1.1)^2 x,$$

$$F(F(F(x))) = (1.1)^3 x$$

va umuman olganda, funktsiyaning n -chi iteratsiyasi hosil bo'ladi

$$\underbrace{F \circ F \circ \dots \circ F}_n(x) = (1.1)^n x.$$

Shunday qilib, A_n -ni topish uchun biz faqat $(1.1)^n$ hisoblaymiz va A_0 bilan ko'paytiramiz. Masalan, kalkulyator yoki kompyuterdan foydalanib,

$$A_{10} = \$2593.74 \quad \text{va} \quad A_{50} = \$117390.85 \quad \text{larni osongina tekshirishingiz mumkin.}$$

Ushbu misol juda oddiy: biz duch keladigan iteratsiyalar umuman ancha murakkab natijalarga olib keladi.

Ekologik jarayonga model

Bu erda yana bir ayirmali tenglamasi, asosan bizning omonat hisobvarag'imiz misoli bilan bir xil. Aytaylik, biz aholining xatti-harakatlarini bashorat qilmoqchimiz avlodlar o'tishi bilan o'sib boradigan yoki kamayib boradigan ma'lum bir tur. Keling, n - avlodida tirik bo'lgan aholini P_n bilan bildiraylik. Shunday qilib, bizning savolimiz quyidagicha: n kattalashib ketganda P_n bilan nima bo'lishini oldindan aytib bera olamizmi? P_n turlarning yo'q bo'lib ketishi uchun nolga moyil bo'ladimi? Yoki P_n biz populyatsiyaning portlashini boshdan kechirishimiz uchun bog'anmasdan o'sadimi? Populyatsiyalarning xatti-harakatlarini bashorat qilish uchun ko'plab matematik modellar mavjud. Eng sodda eksponentsional o'sish modeli. Ushbu modelda biz keyingi avloddagi aholi hozirgi avlod aholisiga to'g'ridan-to'g'ri mutanosib deb taxmin qilamiz. Bu matematikaga boshqa Ayirmali tenglamasi sifatida tarjima qilinadi

$$P_{n+1} = r \cdot P_n$$

bu erda ekologik sharoitlar bilan belgilanadigan ba'zi doimiy. Shunday qilib, boshlang'ich populyatsiyani hisobga olgan holda P_0 , biz keyingi avlodlardagi populyatsiyani rekursiv ravishda aniqlashimiz mumkin:

$$P_1 = r \cdot P_0$$

$$P_2 = r \cdot P_1 = r^2 \cdot P_0$$

$$P_3 = r \cdot P_2 = r^3 \cdot P_0$$

.....

$$P_n = r \cdot P_{n-1} = r^n \cdot P_0$$

Avvalgidek, biz iteratsiya orqali populyatsiyaning xatti-harakatlarini aniqlaymiz. Bu holda, biz iterativ funksiya $F(x) = r \cdot x$ ga ega bo'lamiz. Shunday qilib,

$$P_n = \underbrace{F \circ F \circ \dots \circ F}_{n \text{ marta}}(P_0) = r^n x.$$

Aholining yakuniy taqdiri r аниқлайди. Agar $r > 1$ bo'lsa, unda r^n abadiylikka moyil, shuning uchun biz tekshirilmagan aholi o'sishiga egamiz. Agar $r < 1$ bo'lsa, r^n nolga intiladi, shuning uchun turlar yo'q bo'lib ketadi. Va nihoyat, agar $r = 1$, $P_n = P_0$ bo'lsa, shuning uchun populyatsiyada hech qachon o'zgarish bo'lmaydi. Shunday qilib, har qanday r uchun turning taqdirini aniqlash maqsadimizga erishamiz. Albatta, bu soddalashtirilgan model juda real emas, chunki haqiqiy hayot populyatsiyalari ancha murakkab tarzda harakat qiladi. Masalan, populyatsiyalar hech qachon abadiylikka moyil bo'lolmaydi. Buni tuzatish uchun biz modelimizga haddan tashqari ko'payish ehtimolini hisobga oladigan bitta taxminni qo'shamiz. Xususan, ekologlar aholining o'sishining logistik modeli deb ataydigan narsani muhokama qilamiz. Ushbu modelda biz boshida atrof-muhit tomonidan qo'llab-quvvatlanishi mumkin bo'lgan mutlaq maksimal populyatsiya mavjudligini taxmin qilamiz. Agar populyatsiya bu raqamga yetsa, unda bizda halokatli haddan tashqari ko'payish - oziq-ovqat ta'minoti juda qisqa bo'ladi va turlar darhol yo'q bo'lib ketadi. Raqamlarni boshqarish uchun P_n endi ushbu maksimal populyatsiyaning n avlodida tirik bo'lgan qismini ifodalaydi, shuning uchun $0 \leq P_n \leq 1$.

Logistik modeli keyin

$$P_{n+1} = \lambda \cdot P_n(1 - P_n)$$

Avvalgidek, λ ekologik sharoitga bog'liq bo'lgan doimiydir. Keyinchalik aniq bo'ladigan sabablarga ko'ra, biz har doim $0 < \lambda \leq 4$ deb taxmin qilamiz. E'tibor bering, $1 - P_n$ omili bo'lmasa, biz oldingi eksponentsional o'sish modeli bilan qoldik. Agar $P_n = 0$ (shaxslar mavjud emas), unda $P_{n+1} = 0$ ham, biz kutganimizdek. Agar $P_n = 1$ bo'lsa, biz taxmin qilganimizdek $P_{n+1} = 0$. Shunday qilib, ushbu model ostida aholining o'sishi va kamayishini tushunish uchun biz $F_\lambda(x) = \lambda \cdot x \cdot (1 - x)$ logistik funksiyasini takrorlashimiz kerak. Oldingi misollardan Ayirmalili o'laroq, bu funksiya chiziqli emas, balki kvadratikdir. Bu oddiy o'zgarish juda boy matematik nazariyani keltirib chiqarishini ko'ramiz.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. "Numerical Methods for Engineers" – Steven C. Chapra va Raymond P. Canale
Bu kitobda sonli metodlar, jumladan, Nyuton-Rafson va bisection usullari muhandislik masalalariga qo'llanilishi batafsil yoritilgan.
2. "Numerical Analysis" – Richard L. Burden va J. Douglas Faires
Tenglama ildizlarini topish bo'yicha nazariy va amaliy yondashuvlar, shu jumladan, Nyuton-Rafson usuli, bu kitobda keng qamrab olingan.
3. "Numerical Methods with Applications" – Autar K. Kaw
Ushbu kitobda bisection va Nyuton-Rafson metodlari bo'yicha aolhida boblar mavjud bo'lib, ular nazariy tushunchalar va amaliy misollar bilan boyitilgan.
4. "Solving Nonlinear Equations: Fundamentals, Algorithms, and Software" – C.T. Kelley.
Bu asarda Nyuton-Rafson usulining algoritmlari va dasturiy ta'limoti haqida batafsil ma'lumotlar keltirilgan.