JOURNAL OF INTERNATIONAL SCIENTIFIC RESEARCH
Volume 4, Issue 5, June 2026 Online ISSN: 3030-3508
https://spaceknowladge.com

YUQORI DARAJALI ALGEBRAIK TENGLAMALARNING RATSIONAL ILDIZLARINI TOPISH

Ramazonova Durdona
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti 4-bosqich talabasi
ramazonovadurdona27@gmail.com

MAQOLA MALUMOTI

ANNOTATSIYA:

MAQOLA TARIXI:
Received:02.06.2026
Revised: 03.06.2026
Accepted:04.06.2026

KALIT SO'ZLAR:

Ratsional sonlar maydoni ustidagi har qanday

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

ko'phadning $x = \alpha$ ildizi

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0 \qquad (1)$$

tenglamaning ham ildizi bo'ladi. Shuning uchun bundan so'ng biz faqat n-darajali tenglamaning ratsional ildizlarini topish bilan shug'ullanamiz.

1-xossa. Kasr koeffitsientli tenglama bilan almashtirish mumkin.

Isboti. Buning uchun (1) tenglamaning ikkala tomonini $a_0,\ a_1,\ \dots,\ a_{n-1},\ a_n$ koeffitsientlarning umumiy maxrajiga ko'paytirish kifoya.

2-xossa. Butun koeffitsientli tenglamani bosh koeffitsienti 1 ga teng bo'lgan botun koeffitsientli tenglama bilan almashtirish mumkin.

Isboti. (1-xossa) tenglamaning koeffitsientlarini butun deb hisoblab, $x = \frac{y}{a_0}$ almashtirish bajarsak (1) tenglama

$$\frac{y^n}{a_o^n}+\frac{a_1y^{n-1}}{a_0^{n-1}}+\frac{a_2y^{n-2}}{a_0^{n-2}}+\cdots+\frac{a_{n-1}y}{a_0}+a_n=0$$

ko’rinishni oladi. Buni maxrajdan chiqarib quyidagini hosil qilamiz:

$$y^n+a_1y^{n-1}+a_0a_2y^{n-2}+\cdots+a_0^{n-2}a_{n-1}y+a_0^{n-1}a_n=0.$$

3-xossa. Butun koeffitsientli

$$f(x)=x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_{n-2}x^2 \qquad (2)$$

tenglamaning ratsional ildizlari faqat butun sonlardan iborat bo’ladi.

Isboti. (2-xossa) tenglama $\alpha=\frac{a}{b}$ kasr ildizga ega bo’lsin ($a\ va\ b$ −butun sonlar, $b\neq 0$). Bu kasrni qisqarmaydigan deb hisoblash mumkin. $\alpha=\frac{a}{b}$ ildizni (2) tenglamaga qo’yib,

$$\frac{a^n}{b^n}=-a_1\frac{a^{n-1}}{b^{n-1}}+\cdots+a_{n-1}\frac{a}{b}+a_n=0$$

yoki

$$\frac{a^n}{b}=-(a_1a^{n-1}+a_2a^{n-2}b+\cdots+a_nb^{n-1}) \qquad (3)$$

tenglikni hosil qilamiz. $\frac{a^n}{b}$ qisqarmaydigan kasrdir. Shu sababli (3) tenglikning bo’lishi mumkin emas. Chunki qisqarmaydigan kasr butun songa teng bo’la olmaydi.

4-xossa. (2) tenglamaning butun ildizi ozod hadning bo’luvchisidir.

Isboti. a ni (2) tenglamaning butun ildizi desak,

$$a^n+a_1a^{n-1}+a_2a^{n-2}+\cdots+a_{n-1}a+a_n=0$$

yoki

$$a_n=a(-a^{n-1}-a_1a^{n-2}-\cdots-a_{n-1})$$

tenglikka ega bo’lamiz. Bu esa a_n ning a ga bo’linishini ko’rsatadi.

Ko’phadning ratsional ildizlari xossalarini umumlashtirib, ushbuni hosil qilamiz.

1-teorema. ([89], 649-masala). Agar qisqarmas $\frac{p}{q}$ ratsional kasr butun koeffitsientli

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$$

ko’phadning ildizi bo’lsa, u holda

1) q soni a_0 ning bo’luvchisi;
2) p soni a_n ning bo’luvchisi;
3) p-mq soni f(m) ning bo’luvchisi, bunda m istalgan butun son.

Xususiy holda $p-q$ soni $f(1)$ ning, $p+q$ soni esa $f(-1)$ ning bo’luvchisi bo’ladi.

Isboti. $f\left(\frac{p}{q}\right) = 0$ bo'lsin. U vaqtda $f(x)$ da $x = \frac{p}{q}$ ni qo'yib, ikkala tomonni q^n ga ko'paytirib,

$$a_0p^n + a_1p^{n-1} + \cdots + a_{n-1}pq^{n-1} + a_nq^n = 0,$$

bundan

$$a_0p^n = q(-a_1p^{n-1} - \cdots - a_nq^{n-1})$$

va

$$a_np^n = p(-a_0p^{n-1} - \cdots - a_nq^{n-1})$$

tengliklarni hosil qilamiz, bulardan a_0p^n ning q ga va a_nq^n ning p ga bo'linishini kiramiz. p va q lar o'zaro tub $(p;\ q) = 1$ bo'lganligi uchun a_0 soni p ga bo'linishini olamiz.

Endi $f(x)$ ko'phadni $x - m$ ning darajalari bo'yicha yoyamiz:

$$f(x) = a_0(x-m)^n + c_1(x-m)^{n-1} + \cdots + c_{n-1}(x-m) + c_n$$

m butun son bo'lganligi uchun c_1, c_2, …, c_n –koeffitsientlar butun sonlar bo'lib, $c_n = f(m)$ bo'ladi.

$x = \frac{p}{q}$ ni qo'yib, ushbuni hosil qilamiz!

$$a_0(p-mq)^n + c_1(p-mq)^{n-1}q + \cdots + c_{n-1}(p-mq)p^{n-1} + c_np^n = 0,$$

bundan esa c_nq^n ning $(p - mq)$ ga bo'linishini olamiz. Demak $c_n = f(m)$ soni p-mq ga bo'linadi. Shunday qilib, ratsional sonlar maydoni ustidagi tenglamaning ratsional ildizlarini hisoblash protsessi quyidagidan iborat: avval tenglamani (2) ko'rinishga keltiramiz, so'ngra ozod handing bo;luvchilarini olib tekshiramiz. Agar a ozod handing bo'luvchisi bo'lsa, $f(1)$ va $f(-1)$ ning $a - 1$ va $a + 1$ ga bo'linish-bo'linmasligini tekshiramiz, $\frac{f(1)}{a-1}$ va $\frac{f(-1)}{a+1}$ nisbatlardan biroatasi butun son bo'lmasa, a son ildiz bo'lmaydi. sinovdan o'tgan a ni olib, 7-xossaning bajarilishini tekshiramiz. Buning uchun quyidagi sxemani tuzamiz:

a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	. . .	a_1	1
g_{n-1}	g_{n-2}	g_{n-3}	. . .	g_0	

Bunda g_{n-1}, g_{n-2}, g_{n-3}, …, g_1, g_0 sonlar (4) tengliklarga asosan topiladi. Agar g_i butun son va $g_0 = -1$ bo'lsagina, a ildiz bo'ladi.

1-Misol.

$$x^5 - \frac{7}{10}x^4 + \frac{11}{10}x^3 - \frac{17}{10}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{1}{10} = 0$$

Uni avval butun koeffitsientli tenglamaga almashtiramiz:

$$10x^5 - 7x^4 + 11x^3 - 17x^2 + 8x - 1 = 0.$$

So'ngra tenglamani $x = \frac{y}{10}$ almashtirish bilan (2) ko'rinishga keltiramiz:

$$f(y) = y^5 - 7y^4 + 110y^3 - 1700y^2 + 8000y - 10000 = 0 \qquad (5)$$

Bunda 10000 ozod handing bo'luvchilari juda ko'p bo'lgani sababli hisoblashni qisqartirish uchun avval haqiqiy ildizlarning chegaralarini topamiz. (5) tenglamaning manfiy ildizlari yo'q, chunki $y = -z$ almashtirish natijasida hosil bo'lgan.

$$z^5 + 7z^4 + 110z^3 + 1700z^2 + 8000z + 10000 = 0$$

tenglamaning musbat ildizlari yo'q. Shunday qilib, 10000 ning bo'luvchilari bilan chegaralanish kifoya.

Endi $f(1) = -3596, f(-1) = -19818$ ekanini topamiz. 4 soni ildiz bo'la olmaydi, chunki $f(-1)$ son $a + 1 = 4 + 1 = 5$ ga bo'linmaydi. shunga o'xshash, 8, 10, 16 ham bo'linmaydi, 2 va 5 ni olganimizda $f(1)$ va $f(-1)$ mos ravishda $2 - 1 = 1, 5 - 1 = 4$ ga va $2 + 1 = 3, 5 + 1 = 6$ ga bo'linadi. Shu sababli 2 va 5 uchun 7-xossani tekshirib ko'ramiz.

a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
-1000	8000	-1700	110	-7	1
-5000	1500	-100	5	-1	
-10000	8000	-1700	110	-7	1
-2000	1200	-100	2	-1	

Demak, (5) tenglama $y_1 = 2$ va $y_2 = 5$ dan iborat ikkita butun ildizga ega. Shu sababli berilgan tenglamaning ratsional ildizlari:

$$x_1 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}, \qquad x_2 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Курош. А. Г. «Олий алгебра курси» «Укитувчи» нашриёти. Тошкент 1976 й. 177–199 бетлар;
2. Хожиев. Ж, А. Файнлейб. А.С «Алгебра ва сонлар назарияси курси». Тошкент – «Узбекистон» - 2001 й;
3. Р. Искандаров, Р. Назаров «Алгебра ва сонлар назарияси» I – кисм. «Укитувчи» нашриёти. Тошкент 1979 й;
4. Р. Искандаров, Р. Назаров «Алгебра ва сонлар назарияси» II – кисм. «Укитувчи» нашриёти. Тошкент 1979 й;

5. R.N.Nazarov, B.T.Toshpo‘latov, A.D.Do‘simbetov “Algebra va sonlar nazariyasi” II qism.
6. D.I.Ynusova, A.S. Yunusov.“Algebra va sonlar nazariyasi” Modul texnalogiyasiga asoslangan misol va mashqlar to‘plami. Toshkent 2009.
7. SH.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X. Xudoyberdiyev, F.H. Haydarov “Algebra va sonlar nazariyasi”. Toshkent “Tafakkur- bo‘stoni” 2019.
8. I.Allakov “Sonlar nazariyasidan misol va masalalar(yechimlari bilan)”. «Surxon-Nashr» nashriyoti 2020
9. Фаддаев Д. К. и Соминский И. С. Сборник задач по высшей алгебре. «Наука», 1968.–286 б;
10. Проскуряков И.В., Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1970. – 147 б;
11. Виноградов И.М. «Сонлар назарияси асослари» «Укитувчи», Т., 1965 й
12. Демидов И.Т. «Основание арифметики», «Учпедгиз», М., 1963 г.