

GRAFIKLAR NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI

Tojimamatov Israiljon Nurmamatovich ¹

¹ Farg'ona davlat universiteti amaliy matematika va
informatika kafedrasi katta o'qituvchisi
isik80@mail.ru

Abdumutalova Ruxshonaxon Abduxoliq qizi ¹

¹ Farg'ona davlat universiteti talabasi
ruxshonaabdumutalova1610@gmail.com

**MAQOLA
MALUMOTI****ANNOTATSIYA:****MAQOLA
TARIXI:**

Received: 17.01.2025
Revised: 18.01.2025
Accepted: 19.01.2025

KALIT SO'ZLAR:

grafiklar, qirralar,
tugunlar, tsikl

Grafiklar nazariyasi matematikada va kompyuter fanlarida keng qo'llaniladigan soha bo'lib, u graf va uning tuzilmalari, xususiyatlari hamda amaliy qo'llanilishini o'rganadi. Grafiklar, tugunlar (nuqtalar) va ularni bog'lovchi qirralardan tashkil topgan bo'lib, ular tarmoq tizimlari, transport, ijtimoiy tarmoqlar kabi turli sohalarda qo'llaniladi. Grafiklarning asosiy tushunchalari — tugunlar, qirralar, yo'llar, daraja, tsikl va boshqa xususiyatlarni o'z ichiga oladi. Grafiklar nazariyasi algoritmlar va tahlil usullarini ishlab chiqish orqali masalalarni hal qilishda samarali vosita hisoblanadi. Bu soha turli amaliy masalalarda, jumladan, eng qisqa yo'lni topish, tarmoq dizaynini optimallashtirish va ijtimoiy tarmoqni tahlil qilishda keng qo'llaniladi.

KIRISH. Grafiklar nazariyasi — bu matematikada va kompyuter fanlarida keng qo'llaniladigan soha bo'lib, u grafiklarning strukturasini va xususiyatlarini o'rganadi. Grafiklar, odatda, tugunlar (yoki nuqtalar) va ularni bog'lovchi yo'llardan (yoki qirralardan) tashkil topgan tuzilmalardir. Grafiklar nazariyasi, tarmoq, kommunikatsiya, transport, ijtimoiy tarmoqlar va boshqa ko'plab sohalarda qo'llaniladi. Grafiklar nazariyasining asosiy

tushunchalari, tugunlar, qirralar, yo'llar va graflarning turli xususiyatlarini o'rganish orqali turli amaliy masalalarni hal qilishga yordam beradi.

Grafik – bu tugunlar (vertex) va ularni birlashtiruvchi qirralardan (edge) tashkil topgan matematik tuzilma. Tugunlar ob'yektlarni, qirralar esa ularning o'zaro bog'liqligini ifodalaydi. Grafiklar ikkita asosiy elementdan iborat:

Tugunlar (vertexlar) - grafikning asosiy elementlari bo'lib, ular tizimdagi ob'ektlarni ifodalaydi. Ular odatda doiralar, nuqtalar yoki boshqa belgilar orqali ifodalanadi. Tugunning qo'shni tugunlarga bog'langan qirralar soni. Yuzaga chiqmagan graf uchun, tugunning darajasi uning barcha qo'shni tugunlari bilan qirralar soniga teng bo'ladi. Yo'nalgan grafikda, daraja ikki qismdan iborat: kiruvchi daraja (in-degree) va chiqish darajasi (out-degree). Yuzaga chiqmagan graf bo'lib, unda har bir tugun boshqa tugun bilan qirralar orqali bog'langan. Yo'nalgan grafda esa, har bir tugun orqali boshqalarga borib bo'lishi kerak.

Qirralar (edge): Tugunlar orasidagi aloqalarni bildiruvchi chiziqlar yoki yoylardir. Qirralar yo'nalgan (directed) yoki yo'nalmagan (undirected) bo'lishi mumkin. Ular orasidagi munosabatlarni ifodalovchi bog'lanishlardir.

Grafiklar bir-biridan turli xususiyatlari va tuzilishiga ko'ra farq qiladi:

Yo'nalmagan grafik (undirected graph): Tugunlar orasidagi bog'lanish ikki tomonlama bo'ladi. Masalan, ijtimoiy tarmoqdagi do'stlik munosabati. Masalan: Ijtimoiy tarmoqlardagi do'stlik aloqalari (agar A va B do'st bo'lsa, ular orasidagi aloqa o'zaro). Agar A tuguni B tuguni bilan bog'langan bo'lsa, demak B ham A bilan bog'langan. Ya'ni, aloqa ikki tomonlama. Masalan, A va B o'rtasida qirra bo'lsa, uni $\{A, B\}$ yoki (A, B) ko'rinishida ifodalash mumkin. Yo'nalmagan grafikda qirralarning har biri faqat bitta marta hisobga olinadi. Shuning uchun, agar grafikda n ta tugun bo'lsa, qirralar soni maksimal $n(n-1)/2$ bo'lishi mumkin (agar bu grafik to'liq grafik bo'lsa). Ko'pincha oddiy yo'nalmagan grafiklarda tugunning o'zi bilan o'zaro bog'lanishi ruxsat etilmaydi. Har bir tugun boshqa barcha tugunlar bilan bog'langan bo'lsa, grafik *to'liq grafik (complete graph)* deyiladi. Grafikning barcha tugunlari bir-biri bilan to'g'ridan-to'g'ri yoki bilvosita bog'langan bo'lsa, u *bog'langan grafik (connected graph)* deyiladi. Agar ba'zi tugunlar bir-biriga ulanmagan bo'lsa, u *bog'lanmagan grafik (disconnected graph)* deb ataladi. Yo'nalmagan grafiklar, ayniqsa, ikki tomonlama bog'lanishlarni ko'rsatish zarur bo'lgan holatlarda juda qulay va keng qo'llaniladi. Grafiklarning bu turi hayotimizning turli jabhalarida, jumladan ijtimoiy aloqalar, transport tarmoqlari, biologik tahlillar va

kommunikatsion tizimlarda muhim o'rin tutadi. Shu sababli, ularni chuqur o'rganish va amaliyotda qo'llash samarali qarorlar qabul qilish imkonini beradi.

Yo'nalgan grafik (Directed Graph yoki Digraph) — bu grafikning bir turi bo'lib, unda har bir qirra (edge) aniq yo'nalishga ega. Tugunlar orasidagi bog'lanish bir tomonlama yoki ikki tomonlama bo'lishi mumkin, lekin har bir bog'lanishning yo'nalishi ko'rsatiladi. Yo'nalgan grafiklar murakkab tizimlarni modellashtirishda va yo'nalishning ahamiyati katta bo'lgan holatlarda keng qo'llaniladi. Har bir qirraning boshlanish va tugash tugunlari bor. Masalan, $A \rightarrow B$ qirra A tugunidan boshlanib, B tuguniga yo'naladi. Agar $A \rightarrow B$ mavjud bo'lsa, bu $B \rightarrow A$ mavjudligini anglatmaydi. Ikkala yo'nalish mavjud bo'lsa, u ikkita alohida qirra sifatida ko'rib chiqiladi. Yo'nalgan grafiklar murakkab tizimlarni tasvirlashda va yo'nalishning muhimligi katta bo'lgan sohalarda keng qo'llaniladi. Ular yordamida har xil jarayonlarni aniqlik bilan modellashtirish, tahlil qilish va samarali boshqarish mumkin. Elektron pochta, transport, ijtimoiy tarmoqlar va biologik tizimlar kabi sohalarda yo'nalgan grafiklar asosiy vositalardan biri hisoblanadi. Ushbu grafiklarni chuqur o'rganish va ulardan foydalanish zamonaviy informatika va dasturlashning ajralmas qismidir.

Og'irlikli grafik (weighted graph): Har bir qirraga ma'lum bir og'irlik qiymati beriladi. Bu masofa, xarajat yoki vaqtni bildirishi mumkin. Masalan, yo'llar xaritasidagi masofalar. Og'irlikli grafikni o'rganish real tizimlar va masalalarni optimallashtirish uchun muhim vositadir. U murakkab hisoblashlarni aniqlik va samaradorlik bilan bajarishga imkon beradi.

Oddiy grafik (simple graph): Har bir tugun faqat bitta qirraga ega bo'ladi, o'ziga bog'lanish (loop) va bir nechta qirralar mavjud emas. Bu tushunchasi informatika va matematikada eng asosiy va sodda grafik modellardan biri hisoblanadi. U murakkab aloqa tizimlarini tushunish va tahlil qilishning boshlang'ich nuqtasi bo'lib xizmat qiladi. Oddiy grafikda har bir tugun faqat bitta qirraga ega bo'ladi, o'z-o'ziga bog'lanish (loop) va ko'p qirralar yo'q, bu esa grafikning strukturasi soddalashtiradi va uning asosiy xususiyatlarini o'rganishni yengillashtiradi. Oddiy grafiklarning ushbu o'ziga xosliklari ularni ko'plab amaliy sohalarda foydali vositaga aylantiradi. Har qanday grafik tizimni tahlil qilish yoki loyihalashda oddiy grafiklar muhim boshlang'ich nuqta hisoblanadi. Ularning strukturasi orqali murakkab aloqalarni chuqurroq tushunish va o'rganish mumkin.

To'liq grafik (complete graph): Har bir tugun boshqa barcha tugunlar bilan bog'langan bo'ladi. Masalan: Har bir odam bir-biri bilan aloqa qiladigan kichik guruh. Bu barcha tugunlarning bir-biri bilan to'liq bog'langan holatini ifodalaydi. Ushbu grafik matematik tahlil va modellashtirishda eng yuqori aloqa zichligiga ega bo'lgan tuzilma hisoblanadi. To'liq grafiklar real hayotdagi tizimlarni soddalashtirish va modellashtirishga yordam

beradi, lekin tugunlar soni oshishi bilan murakkablik sezilarli darajada ortadi. Shuning uchun, to'liq grafiklar oddiy modellar uchun ideal, ammo yirik tizimlarda resurslar samaradorligi uchun boshqa grafik modellar bilan birgalikda qo'llaniladi.

Aylana grafik (cyclic graph): Tugunlardan boshlanib o'ziga qaytadigan yo'llar mavjud bo'ladi. Masalan: Xalqaro savdo yo'llaridagi aylana harakat yo'nalishlari. Bu grafik turi bo'lib, undagi tugunlardan boshlanib yana o'sha tugunga qaytadigan yo'llar mavjud. Ushbu grafik turli sohalarda murakkab tizimlarni modellashtirishda qo'llaniladi va aylana harakatni ifodalovchi jarayonlarni tasvirlash uchun juda qulaydir. Aylana grafiklar tizimlarning davriy xususiyatlarini o'rganishda va jarayonlarni samarali boshqarishda muhim rol o'ynaydi. Ular jarayonlarning aylanishini tushunish va optimallashtirish imkonini beradi, shu sababli, ushbu grafik turini o'rganish amaliyotda katta foyda keltiradi.

Aylanmas grafik (acyclic graph): Hech qanday aylana yo'llari bo'lmagan grafik. Masalan: Loyihalarni boshqarishda ishlatiladigan ustuvorlik diagrammalari (DAG – Directed Acyclic Graph).

Grafiklar nazariyasini o'rganishda quyidagi tushunchalar muhim ahamiyatga ega:

Daraja (degree): Bir tugun bilan bog'langan qirralar soni. Yo'nalgan grafiklarda *kirish darajasi* (in-degree) va *chiqish darajasi* (out-degree) alohida ko'rib chiqiladi. *Kirish darajasi (In-degree):* Tugunga kiruvchi qirralar soni. *Chiqish darajasi (Out-degree):* Tugundan chiquvchi qirralar soni.

Yo'l (path): Bir tugundan ikkinchisiga o'tuvchi qirralar ketma-ketligi. Yo'l o'ziga qaytadigan yoki qaytmaydigan bo'lishi mumkin. *Oddiy yo'l:* Hech bir qirra takrorlanmaydi. *Zanjir yo'l:* Tugunlar takrorlanishi mumkin, lekin qirralar takrorlanmaydi.

Komponent: Grafikning o'zaro bog'liq tugunlar to'plami. Agar barcha tugunlar bir-biriga bog'langan bo'lsa, grafik bir komponentga ega bo'ladi.

O'rtacha masofa: Grafikdagi barcha tugunlar orasidagi eng qisqa yo'llar o'rtasidagi masofaning o'rtacha qiymati.

Grafikning radiusi va diametri: Radius – eng yaqin tugunlar orasidagi eng uzoq masofa; diametr esa barcha tugunlar orasidagi maksimal masofa.

Aylana (Cycle): Tugunlardan boshlanib, o'sha tugunga qaytuvchi yo'l. Agar grafikda aylana yo'l bo'lsa, u *aylanmas grafik* deb ataladi.

Grafikning radiusi va diametri: Har bir tugundan eng yaqin tugunga bo'lgan maksimal masofa radiusi deyiladi. Har qanday ikkita tugun orasidagi maksimal masofa diametric hisoblanadi.

Qirrani o‘chirish va qo‘shish: Grafikni qayta ishlash jarayonida qirralarni qo‘shish yoki o‘chirish amallari qo‘llaniladi. Bu yangi model yoki muammolarni o‘rganishga yordam beradi.

Grafiklar nazariyasi ko‘plab real muammolarni yechishda qo‘llaniladi:

Transport va logistika: Shaharlararo masofalar yoki yo‘llarni optimallashtirish. Yo‘lovchi yoki yuk tashish tizimlarini samarali rejalashtirish.

Kompyuter tarmoqlari: Tarmoq ulanishlari va ma’lumotlar uzatishni boshqarish. Ma’lumotlarni uzatish yo‘nalishlarini optimallashtirish

Ijtimoiy tarmoqlar: Foydalanuvchilar orasidagi aloqalarni tahlil qilish. Ijtimoiy bog‘liqlik va tendensiyalarni aniqlash.

Biologiya: Genetik tahlillar va ekologik tizimlarni o‘rganish. Zavod yoki omborxona ichki jarayonlarini optimallashtirish.

Grafiklar nazariyasining asosiy algoritmlari, grafiklar ustida turli izlanishlarni amalga oshirishga imkon beradi. Bu algoritmlar, asosan, grafiklarni tahlil qilish va foydalanuvchilarga ma’lumotni tezda topishga yordam beradi:

BFS (Breadth-First Search) — kenglik bo‘yicha qidirish algoritmi, grafidagi barcha tugunlar va qirralarni tekshirishda qo‘llaniladi.

DFS (Depth-First Search) — chuqurlik bo‘yicha qidirish algoritmi, grafni chuqur tahlil qilish va izlanishlarni tez amalga oshirishda ishlatiladi.

Grafiklar nazariyasining turli turlari, asosiy tushunchalari va amaliy qo‘llanilishi ko‘p qirrali muammolarni hal qilishga yordam beradi. Bu nazariya nafaqat matematik tahlillarni osonlashtiradi, balki real hayotdagi murakkab tizimlarni boshqarish va optimallashtirishda ham asosiy rol o‘ynaydi. Grafiklarni chuqur o‘rganish esa zamonaviy texnologiyalarning rivojlanishiga katta hissa qo‘shadi. Grafiklar nazariyasi zamonaviy ilm-fanning ko‘plab sohalarda muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu nazariya orqali murakkab tizimlarni model qilib ko‘rsatish va tahlil qilish mumkin. Grafiklarning asosiy tushunchalarini tushunish va qo‘llash zamonaviy texnologiyalarning rivojlanishida muhim rol o‘ynaydi. Bu nazariyaning keng imkoniyatlari uni matematikadan tortib sun‘iy intellektgacha bo‘lgan sohalarda qo‘llashga imkon beradi.

Grafiklar nazariyasi zamonaviy texnologiyalar va ilmiy izlanishlar uchun kuchli vositalardan biri bo‘lib, uning qo‘llanish doirasi juda keng. Grafiklar nafaqat matematik modellar sifatida, balki real hayotdagi murakkab tizimlarni tahlil qilish va boshqarish uchun ham asos bo‘lib xizmat qiladi. Tugunlar va qirralar o‘rtasidagi munosabatlarni chuqur tushunish orqali murakkab masalalarni yechish imkoniyati yaratiladi. Grafiklar yordamida

transport tizimlari, elektr tarmoqlari, kommunikatsiya tarmoqlari kabi tizimlarning tuzilishini modellashtirish va ularni tahlil qilish mumkin. Grafik algoritmlari, masalan, eng qisqa yo'lni topish yoki resurslarni samarali taqsimlash masalalarida ishlatiladi. Bu yo'llarni, marshrutlarni va jarayonlarni optimallashtirishda muhim rol o'ynaydi. Grafiklar orqali ijtimoiy tarmoqdagi foydalanuvchilar o'rtasidagi bog'lanishlarni tahlil qilib, mavqelarni aniqlash va trendlarni bashorat qilish mumkin. Grafiklar nazariyasining asosidagi algoritmlar dasturlashda, xususan, tarmoq protokollari va ma'lumot uzatish tizimlarini ishlab chiqishda muhim rol o'ynaydi.

Grafiklar nazariyasining rivojlanishi bilan sun'iy intellekt, katta ma'lumotlar (Big Data) va tarmoq xavfsizligi kabi sohalarda yangi imkoniyatlar yaratilmoqda. Grafiklar asosida ishlovchi mashina o'qitish algoritmlari murakkab tizimlarni chuqurroq tahlil qilish va ulardan samarali foydalangan holda, turli sohalarda innovatsion yechimlarni ishlab chiqishga xizmat qiladi.

Xulosa qilib aytganda, grafiklar nazariyasi turli amaliy masalalarni hal qilishda muhim o'rin tutadi. Grafiklar yordamida tizimlar va ularning o'zaro bog'lanishlarini tahlil qilish, masalalarni samarali hal qilish va optimallashtirish mumkin. Tugunlar, qirralar, yo'llar va grafiklarning turli xususiyatlarini o'rganish orqali biz kompyuter tarmoqlari, transport tizimlari, ijtimoiy tarmoqlar kabi sohalarda samarali yechimlar yaratishimiz mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. West, D. B. (2001). *Introduction to Graph Theory*. Prentice Hall.
2. Diestel, R. (2005). *Graph Theory* (3rd ed.). Springer.
3. Kleinberg, J., & Tardos, E. (2006). *Algorithm Design*. Pearson.
4. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms* (3rd ed.). MIT Press.