
INFEKSION KASALLIKLAR UCHUN DETERMINISTIK VA STOCASTIK MODELLAR

Azimov Azizbek Alisher o'g'li¹

¹ Farg'ona davlat universiteti "Amaliy matematika"
mutaxassisligi 1-kurs magistranti

MAQOLA MALUMOTI

ANNOTATSIYA:

MAQOLA TARIXI:

Received: 21.01.2025

Revised: 22.01.2025

Accepted: 23.01.2025

KALIT SO'ZLAR:

Matematik
modellashtirish,
epidemiologiya,
differensial tenglama,
SIR modeli, reproduktiv
son, kasallik
parametrlari.

Ushbu maqolada infeksiyon kasalliklarni o'rganish va ularning tarqalishini oldindan aniqlashda qo'llaniladigan deterministik va stoxastik modellar tahlil qilinadi. Deterministik modellar, odatda, differensial tenglamalarga asoslangan bo'lib, kasallik tarqalishining o'rtacha tendentsiyalarini aniqlashda yordam beradi. Stoxastik modellar esa ehtimollik va tasodifiylikni inobatga olib, kichik populyatsiyalarda yoki noaniqlik yuqori bo'lgan vaziyatlarda ko'proq ahamiyat kasb etadi. Maqolada ushbu modellar orasidagi asosiy farqlar, ularning afzalliklari va cheklovlari muhokama qilinadi. Shuningdek, infeksiyon kasalliklarning rivojlanishiga ta'sir qiluvchi parametrlarni aniqlash va real hayotdagi epidemiologik ma'lumotlarni tahlil qilishda modellarning qo'llanilishi bo'yicha misollar keltirilgan. Ushbu tadqiqot epidemiyalarni samarali boshqarish va oldini olishga qaratilgan amaliy choralar uchun nazariy asos yaratishga xizmat qiladi.

KIRISH. Matematik modellashtirish yuqumli kasalliklar dinamikasining murakkabligini boshqariladigan doiralarga ajratish uchun ushbu ishda ajralmas vosita sifatida paydo bo'ldi. Tarixan, matematik modellar epidemiyalar haqidagi tushunchamizni shakllantirishda, zamonaviy tadqiqotlardan tortib, global sog'liqni saqlash inqirozlari

dasturlariga qadar ajralmas rol o'ynagan. Ko'pincha differentsial tenglamalarga bog'langan ushbu modellar populyatsiyada sezgirligi yuqori, kasallikni yuqtirgan va kasallikdan tiklangan shaxslar o'rtasidagi o'zaro ta'sirlarni tasvirlash uchun qo'llaniladi. SIR modeli, xususan, yuqumli kasalliklarning asosiy dinamikasini ochishda muhim asos sifatida turadi. Deterministik model – bu hodisalarning dinamikasini aniq matematik munosabatlar orqali ifodalovchi modeldir. Ushbu turdagi modellar tashqi tasodifiylik omillarini hisobga olmaydi va natijalar berilgan boshlang'ich sharoitlarga qat'iy bog'liq bo'ladi. Bu shuni anglatadiki, bir xil sharoitda model bir xil natijalarni beradi. Deterministik modelning afzalliklari uning soddaligi va oldindan aytib berish imkoniyatidir, ammo u real dunyodagi tasodifiylik va noaniqliklarni to'liq aks ettira olmaydi.

Deterministik SIR modeli

Dastlab, biz SIR modelining deterministik holatini tahlil qilamiz. SIR modeli yuqumli kasalliklarning tarqalishini tahlil qilishda keng qo'llaniladigan deterministik matematik modeldir. Ushbu model populyatsiyani uchta guruhga ajratadi:

1. **S (Susceptible)** – kasallikka chalinish ehtimoli bor bo'lgan, hali yuqtirmagan shaxslar.
2. **I (Infectious)** – kasallikni yuqtirgan va uni boshqalarga yuqtirishi mumkin bo'lgan shaxslar.
3. **R (Recovered)** – kasallikdan tuzalgan va unga nisbatan immunitet hosil qilgan shaxslar.

SIR modelining asosiy tenglamalari:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

Bu yerda:

1. β – yuqish tezligi koeffisienti (bir kasallangan shaxsning sog'lom shaxsga kasallik yuqtirish ehtimoli).
2. γ – sog'ayish tezligi (kasallangan shaxsning qachon tuzalib, immunitetga ega bo'lishini ko'rsatadi).
3. S , I va R esa vaqtdan (t) o'tishi bilan ushbu guruhlardagi shaxslar sonini bildiradi.

Modelning ishlashi uchun boshlang'ich sharoitlar aniqlanishi zarur: $S(0)$, $I(0)$ va $R(0)$. Ushbu qiymatlar orqali vaqt o'tishi bilan populyatsiyadagi har bir guruhning dinamikasi aniqlanadi. Deterministik SIR modeli yuqumli kasalliklarning dinamikasini aniqlashda va epidemiyaga qarshi choralarini rejalashtirishda muhim rol o'ynaydi. Masalan, $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ (reproduktiv son) qiymati orqali kasallikning qanchalik tez tarqalishini aniqlash mumkin. Agar $R_0 > 1$ bo'lsa, epidemiyaning tarqalishi davom etadi, $R_0 \leq 1$ bo'lsa, epidemiyani to'xtatish mumkin bo'ladi. Deterministik SIR modeli oddiy, lekin samarali matematik vositadir. U kasallik tarqalish jarayonini o'rganish, profilaktika choralarini rejalashtirish va resurslarni samarali taqsimlash uchun mustahkam asos yaratadi. Shu bilan birga, real hayotda tasodifiylikni ham hisobga olish zarurligi sababli, ushbu modelni stoxastik modellar bilan birga qo'llash maqsadga muvofiqdir.

SIR modeli

Stoxastik SIR modelida

jarayonlar odatda o'tish ehtimolliklari va Markov zanjiri asosida amalga oshiriladi:

1. Har bir vaqt momentida (t), quyidagi o'tish ehtimolliklari mavjud:
 - $S \rightarrow I$: har bir S shaxs uchun I bilan uchrashish ehtimoli $\beta SI/N$, bu yurda N – umumiy populyatsiya;
 - $S \rightarrow I$: har bir I shaxsning sog'ayish ehtimoli γI .
2. Ushbu ehtimolliklardan foydalangan holda, hodisalar tasodifiy o'zgartiriladi va har bir vaqt momentida S , I va R qiymatlari yangilanadi.
3. Har bir vaqt bosqichida quyidagi o'zgarishlar kuzatiladi:

$$S(t + 1) = S(t) - \Delta S$$

$$I(t + 1) = I(t) + \Delta S - \Delta R$$

$$R(t + 1) = R(t) + \Delta R$$

Bu yerda ΔS va ΔR mos ravishda yuqumli bo'lgan va sog'ayganlar sonidir.

Stoxastik va deterministik SIR modellarining farqlari. Quyida stoxastik va deterministik modellarning asosiy farqlari jadval ko'rinishida keltirilgan:

Xususiyat	Deterministik SIR modeli	Stoxastik SIR modeli
Dinamikani ifodalash	Differensial tenglamalar orqali o'zgaruvchilar tavsiflanadi.	Tasodifiy jarayonlar orqali ehtimollik asosida aniqlanadi.
Tasodifiylikni hisobga olish	Hisobga olinmaydi; natijalar qat'iy va bir xil	Tasodifiylik hisobga olinadi, har bir

	bo'ladi.	boshlang'ich sharoit uchun natijalar turlicha bo'lishi mumkin.
Qo'llaniladigan populyatsiya	Katta populyatsiyalar uchun samarali.	Kichik populyatsiyalar uchun tasodifiy hodisalarni aks ettiradi.
Hisoblash murakkabligi	Nisbatan sodda, hisoblash resurslarini kam talab qiladi.	Murakkabroq, ko'proq hisoblash quvvatini talab qiladi.
Natijalarning ishonchliligi	O'rtacha tendensiyalarni aniq ifodalaydi.	Kasallikning tugashi yoki aksini ehtimolini aniqlash imkonini beradi.

Xulosa. Stoxastik va deterministik SIR modellari bir-birini to'ldiruvchi vositlar bo'lib, ularning har biri epidimologik tahlilning turli hijatlarini aniqlash uchun muhimdir.

Deterministik model oddiy, tejamkor va katta populatsiyalar bo'yicha aniq xulosalar berishda samarali vositadir. U epidemiyaning umumiy tendensiyalarini tushunishda va uzoq muddatli strategiyalarni ishlab chiqishda juda qulay. Ammo ushbu model kichik populatsiyalarida yoki epidemiyaning boshlanishi va tugashidagi noaniqliklarni aniqlashda cheklovlarga ega.

Stoxastik model esa kichik populyatsiyalarda va tasodifiy hodisalar kuchli ta'sir qiladigan holatlarda realistik prognozlar berishi bilan ajralib turadi. U tasodifiy hodisalarni, masalan, kasallikning keskin cho'qqiga chiqishi yoki epidemiya tugash ehtimolini aniqlash imkonini beradi. Shu bilan birga, ushbu model hisoblash resurslarini ko'proq talab qiladi va murakkabligi sababli katta populyatsiyalarda qo'llanishi qiyin bo'lishi mumkin.

Real hayotda ko'p hollarda ushbu ikki model birgalikda qo'llaniladi. Deterministik model yordamida kasallik tarqalishining umumiy ko'rinishi aniqlansa, stoxastik model noaniqliklarni va turli ehtimolliklarni baholash uchun ishlatiladi. Shu sababli, ushbu modellarni to'g'ri kontekstdan kelib chiqqan holda tanlash va birgalikda qo'llash epidemiologik tadqiqotlarning samaradorligini oshiradi. Stoxastik yondashuvning muhimligi ayniqsa kichik populyatsiyalar va qisqa muddatli tahlillarda o'zini yaqqol namoyon qiladi. Shu bilan birga, deterministik yondashuvning oddiyliigi va samaradorligi uni keng ko'lamlı prognozlar uchun ajralmas vositaga aylantiradi. Bu ikki yondashuvni birlashtirish orqali epidemiyaga qarshi samarali strategiyalar ishlab chiqish va resurslarni maqbul taqsimlash imkoniyati paydo bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. **Anderson, R. M., & May, R. M.** (1991). *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*. Oxford University Press.
2. **Keeling, M. J., & Rohani, P.** (2008). *Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals*. Princeton University Press.
3. **Allen, L. J. S.** (2008). "An Introduction to Stochastic Epidemic Models." In *Mathematical Epidemiology* (pp. 81–130). Springer.
4. **Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., & Britton, T.** (2012). *Mathematical Tools for Understanding Infectious Disease Dynamics*. Princeton University Press.
5. **Grassly, N. C., & Fraser, C.** (2008). "Mathematical Models of Infectious Disease Transmission." *Nature Reviews Microbiology*, 6(6), 477–487.
6. **Bailey, N. T. J.** (1975). *The Mathematical Theory of Infectious Diseases and Its Applications*. Hafner Press.
7. **Renshaw, E.** (2011). *Stochastic Population Processes: Analysis, Approximations, Simulations*. Oxford University Press.
8. **Kermack, W. O., & McKendrick, A. G.** (1927). "A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics." *Proceedings of the Royal Society A*, 115(772), 700–721.
9. **Britton, T.** (2010). "Stochastic Epidemic Models: A Survey." *Mathematical Biosciences*, 225(1), 24–35.