

BUTUN KOEFFITSIENTLI ANIQMAS TENGLAMALAR

Mahmudova Ozodaxon

Matematika kafedراسi katta o'qituvchisi

Ahmedova Gavharxon

Dotsent v.b

MAQOLA MALUMOTI

ANNOTATSIYA:

MAQOLA TARIXI:

Received: 29.12.2025

Revised: 30.12.2025

Accepted: 31.12.2025

Ushbu maqolada butun koeffitsiyentli tenglamalar haqida, tenglamalarning berilishi va ularni yechish usullari keltirilgan. Maqolada zarur tavsiyalar berilgan.

KALIT SO'ZLAR:

Butun koeffitsiyentli tenglamalar, tenglamalarning berilishi, yechish usullari, matematik tahlil, masala yechish, o'quvchilar, talabalar, tavsiyalar

Bittadan ortiq noma'lumlarni o'z ichiga oluvchi tenglama aniqmas tenglama deyiladi. Noma'lumlar soni tenglamalar sonidan katta bo'lgan tenglamalar sistemasini aniqmas tenglamalar sistemasi deyiladi. Aniqmas tenglama cheksiz ko'p yechimga ega. Odatda aniqmas tenglamalarni butun sonlardagi yechimlari qaraladi. Avval birinchi darajali ikki o'zgaruvchili tenglamalarni butun sonlarda yechishni ko'rib o'tamiz. Bunday tenglamalarning umumiy ko'rinishi : $ax + by = c$ ko'rinishda bo'ladi. Bunda a, b, c -berilgan sonlar, x va y lar faqat butun sonlarni qabul qiladigan o'zgaruvchilardir.

$ax + by = c$ tenglamada, a, b, c - berilgan butun sonlar uchun ikkita hol bo'lishi mumkin:

1) Bu tenglama butun x va y larda yechimga ega bo'lmaydi. Bu hol c son $|a|$ va $|b|$ larning eng katta umumiy bo'luvchilariga bo'linmaganda bo'ladi.

2) Bu tenglama butun sonlarda cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. Bu hol c soni $|a|$ va $|b|$ larning eng katta umumiy bo'luvchilariga bo'linganda yoki xususiy holda $|a|$ va $|b|$ lar o'zaro tub bo'lganda bo'ladi.

Ba’zida bunday tenglamalarni natural sonlarda yechish talab qilinadi. Bunda tenglama butun sonlarda yechiladi va hosil bo’lgan yechimlar to’plamidan natural sonlardagi yechilari ajratib olinadi.

1-misol. Ushbu

$$65x - 43y = 2$$

tenglamani natural sonlarda yeching.

Yechish. Avval tenglamani yuqorida ko’rgan misolimizni yechish usuliga ko’ra butun sonlarda yechamiz. Bunda $x = 4 - 43t, y = 6 - 65t$.

Endi x va y lar musbat bo’ladigan t larni topamiz

$$\begin{cases} 4 - 43t > 0, \\ 6 - 65t > 0; \end{cases}$$

Bundan $t < \frac{6}{65}$. Bu tengsizlikni hamma musbat bo’lmagan t butun sonlari qanoatlantiradi.

Javob: $x = 4 - 43t, y = 6 - 65t, t = 0, -1, -2, \dots$

Endi ikki o’zgaruvchili ikkinchi darajali tenglamalarini butun sonlarda yechishni ko’rib o’tamiz. Bunday tenglamalarning umumiy ko’rinishi quyidagicha:

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

Bunda a, b, c, d, e, f – berilgan sonlar, a, b, c larning hech bo’lmaganda bittasi noldan farqli. Bu oltita koeffitsiyentlarning hammasi butun sonlar bo’lsin. Bunday tenglamalarni x va y butun sonlarda yechishni ko’rib o’tamiz. Avval o’zgaruvchilarning kvadratlari qatnashmagan tenglamalarni yechishni qaraymiz.

2-misol. Ushbu

$$xy = x + y$$

tenglamani x va y butun sonlarda yeching.

Yechish. 1-usul. y ni x orqali ifodalaymiz

$$xy - y = x, y(x - 1) = x, y = \frac{x}{x - 1}, y = \frac{(x - 1) + 1}{x - 1} = 1 + \frac{1}{x - 1}$$

Bundan $x - 1 = 1$ yoki $x - 1 = -1$. Agar $x - 1 = 1$ bo’lsa, $x = 2, y = 1 + \frac{1}{1} = 2$. Agar $x - 1 = -1$ bo’lsa, $x = 0, y = 1 - \frac{1}{1} = 0$ bo’ladi.

2-usul. Berilgan tenglamani

$$xy - x - y = 0, x(y - 1) - y = 0, x(y - 1) - y + 1 = 1, (y - 1)(x - 1) = 1$$

ko’rinishda yozib olamiz. Ikkita butun son ko’paytmasi 1 bo’lishi uchun ularning ikkalasi ham 1 yoki -1 ga teng bo’lishi kerak.

$$\begin{cases} x-1=1, \\ y-1=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x-1=-1, \\ y-1=-1. \end{cases}$$

Birinchi sistemadan $x = y = 2$, ikkinchi sistemadan $x = y = 0$.

Javob: $(2;2), (0;0)$

3-misol. Ushbu

$$3xy + y = 7x + 3$$

tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamadan y ni x orqali ifodalaymiz.

$$y = \frac{7x+3}{3x+1}$$

Kasrning butun qismini ajratish uchun uning har ikki tomonini 3 ga ko'paytiramiz.

$$3y = \frac{21x+9}{3x+1} = \frac{(21x+7)+2}{3x+1} = 7 + \frac{2}{3x+1}$$

Bundan $3x+1$ faqat $-2; 2; -1; 1$ larni qabul qilishi mumkin.

Javob: $(0;3), (-1;2)$

Endi ikkinchi darajali ikki o'zgaruvchili hamda o'zgaruvchilarning biri kvadrati bilan qatnashadigan tenglamalarni yechishga misollar ko'rib chiqamiz.

4-misol. Ushbu

$$2x^2 - 2xy + 9x + y = 2$$

tenglamani butun sonlarda yeching.

Yechish. Tenglamada faqat birinchi darajasi bilan qatnashadigan noma'lumni ajratib olamiz.

$$2x^2 + 9x - 2 = 2xy - y, \quad y = \frac{2x^2 + 9x - 2}{2x - 1}$$

Oxirgi kasrning butun qismini ajratamiz. Bunda ko'phadni ko'phadga bo'lish usulidan foydalansak ham bo'ladi.

$$y = x + 5 + \frac{3}{2x-1}$$

$2x-1$ ayirma faqat $-3, -1, 1$ va 3 larni qabul qilishi mumkin.

Javob: $(1;9), (2;8), (0;2), (-1;3)$.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Севрюков, П. Ф. "Готовимся к экзаменам по математике" Материалы для подготовки к выпускным экзаменам. Ставрополь, Сервис-школа, 2003.

2. О.А. Иванов. "Практикум по элементарной математике" Алгебро-аналитические методы. МЦНМО 2001.

=====

3. В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович "Практикум математике" Алгебра. Тригонометрия. Учебное Пособие. Москва «Абф- 1995»

4. М. К. Потапов С. Н. Олехник, В. Нестеренко. "Готовимся по математике" Учебное пособие для поступающих в вузы и старшеклассников. Москва, 1997.