DIFFERENSIAL-GEOMETRIK TOLALI QATLAMLAR NAZARIYASI VA YANG–MILLS MAYDONLARINING GEOMETRIK ASOSLARI

Xasanova Go'zal Maxmud qizi
Osiyo Xalqaro Universiteti 1-bosqich magistratura talabasi

MAQOLA MALUMOTI

MAQOLA TARIXI:
Received: 17.01.2026
Revised: 18.01.2026
Accepted: 19.01.2026

KALIT SO'ZLAR:
Differensial geometriya, tolali qatlamlar, asosiy tolali qatlam, bog'langan qatlam, Lie guruhi, Lie algebra, kalibrovka simmetriyasi, bog'lanish (connection), egrilik (curvature), kovariant hosila, Yang–Mills maydonlari

ANNOTATSIYA:

Ushbu maqolada differensial geometriyaning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan tolali qatlamlar nazariyasi va uning zamonaviy nazariy fizikadagi asosiy qo'llanilishlaridan biri — Yang–Mills maydonlari tahlil qilinadi. Asosiy tushunchalar: asosiy va bog'langan tolali qatlamlar, bog'lanishlar (connections), egrilik (curvature), kovariant hosilalar hamda ularning kalibrovka nazariyalaridagi roli batafsil yoritiladi

Kirish: Zamonaviy nazariy fizika va matematik fizikaning rivojlanishi fundamental o'zaro ta'sirlarni geometrik strukturalar orqali tavsiflash zaruratini yuzaga keltirdi. Xususan, kalibrovka nazariyalari va elementar zarralar fizikasi differensial geometriyaning muhim bo'limi bo'lgan tolali qatlamlar nazariyasi bilan uzviy bog'liqdir. Yang–Mills maydonlari nazariyasi elektromagnit maydonning non-abel umumlashmasi bo'lib, Standart Modeldagi kuchli va zaif o'zaro ta'sirlarning matematik asosini tashkil etadi.

Hozirgi kunda Yang–Mills tenglamalarining geometrik va topologik xossalarini o'rganish nazariy fizika va global analizning dolzarb yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Ayniqsa, asosiy tolali qatlamlarda aniqlangan bog'lanishlar va ularning egriliklari orqali kalibrovka maydonlarini ifodalash yondashuvi nazariyaning invariantlik xususiyatlarini chuqurroq tushunish imkonini beradi. Shunga qaramay, ko'plab tadqiqotlarda fizik formalizm ustun bo'lib, geometrik talqin yetarlicha tizimlashtirilmagan.

Yang–Mills nazariyasining matematik asoslari C. N. Yang va R. L. Mills ishlari bilan boshlangan bo‘lib, keyinchalik E. Cartan, S. Kobayashi, M. Atiyah va boshqa olimlar tomonidan tolali qatlamlar va bog‘lanishlar nazariyasi doirasida rivojlantirildi. Zamonaviy adabiyotlarda Yang–Mills maydonlari differensial geometriya va topologiya nuqtai nazaridan keng yoritilgan bo‘lsa-da, ularni yagona mantiqiy geometrik tizimda bayon etish dolzarbligicha qolmoqda.

Ushbu maqolaning maqsadi differensial-geometrik tolali qatlamlar nazariyasi asosida Yang–Mills maydonlarining matematik va fizik mohiyatini ixcham va tizimli tarzda yoritishdan iborat. Maqolada asosiy tolali qatlamlar, bog‘lanish va egrilik tushunchalari tahlil qilinib, Yang–Mills maydonlarining non-abel xususiyatlari va ularning geometrik talqini ko‘rsatib beriladi.

Asosiy qism: XX asrning ikkinchi yarmida differensial geometriya va nazariy fizika o‘rtasidagi chuqur aloqalar aniq namoyon bo‘ldi. Ayniqsa, elementar zarralar fizikasi va kalibrovka (gauge) nazariyalarining matematik asoslari tolali qatlamlar (fiber bundles) tili orqali ifodalanishi muhim ahamiyat kasb etdi. Yang–Mills nazariyasi esa elektromagnit maydonni umumlashtiruvchi non-abel kalibrovka maydonlari nazariyasi sifatida paydo bo‘lib, Standart Modelning asosi bo‘lib xizmat qiladi.

1. Tolali qatlamlar nazariyasining asosiy tushunchalari

Tolali qatlam uchlik bilan aniqlanadi:

$$(E, \pi, M),$$

bu yerda:

E — umumiy fazo (total space),

M — asos fazo (base manifold),

$\pi: E \to M$— proyeksiya xaritasi.

Har bir $x \in M$nuqta uchun tolasi:

$$F_x = \pi^{-1}(x)$$

bo‘lib, lokal ravishda

$$\pi^{-1}(U) \cong U \times F$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

Asosiy tolali qatlamlar kalibrovka nazariyalarining markaziy obyektidir. Ular:

$$(P, \pi, M, G)$$

ko‘rinishda bo‘lib, bu yerda G — Lie guruhi bo‘lib, tolalarda erkin va tranzitiv ta’sir qiladi.

Misol:

Elektromagnit nazariya → $G = U(1)$

Kuchli o‘zaro ta’sir → $G = SU(3)$

Agar P asosiy qatlam va$\rho: G \to GL(V)$— guruhning tasviri bo‘lsa, u holda bog‘langan qatlam:

$$E = P \times \rho V$$

ko‘rinishda aniqlanadi. Fizikada fermion va bozon maydonlari aynan shu qatlamlarda aniqlanadi.

2. Bog‘lanishlar va kovariant hosilalar

Bog‘lanish asosiy tolali qatlamda vertikal va gorizontal yo‘nalishlarni ajratib beradi. U bog‘lanish 1-formasi orqali ifodalanadi:

$$A \epsilon \Omega^1(P, \mathrm{g})$$

bu yerda g — Lie algebra.

Fizik talqinda A — kalibrovka potensiali**.**

Bog‘lanishning egriligi:

$$F = dA + \frac{1}{2}[A, A]$$

ko‘rinishda aniqlanadi.

Abel holatda $(U(1))$: $F = dA$

Non-abel holatda: kommutator hadi mavjud

Bu kattalik fizikada maydon kuchi tenzori sifatida talqin qilinadi.

Bog‘langan qatlamda aniqlangan kesmalar uchun kovariant hosila:

$$D = d + A$$

ko‘rinishida bo‘lib, kalibrovka simmetriyasini saqlaydi.

3.Yang-Mills maydonlari nazariiyasi

Yang–Mills nazariyasining harakat funksionali:

$$S_{YM} = \int_M \langle F \wedge * \mathrm{F} \rangle$$

bu yerda:

- F— egrilik 2-formasi,
- *— Hodge yulduz operatori.

Variatsion prinsipdan quyidagi tenglamalar kelib chiqadi:

$$D * F = 0$$

Bu tenglamalar elektromagnit Maksvel tenglamalarining non-abel umumlashmasidir.

Yang–Mills nazariyasida muhim topologik obyektlar mavjud:

- **Instantonlar** (Evklid fazoda)
- **Monopollar**
- **Topologik zaryadlar**

Ular tolali qatlamlarning Chern sinflari bilan bog‘liq.

4. Geometriya va fizika o‘rtasidagi bog‘liqlik

Tolali qatlamlar nazariyasi quyidagilarni yagona geometrik tilga keltiradi:

- kalibrovka simmetriyalar,
- maydonlar va zarralar,

- konservatsiya qonunlari,
- topologik effektlar (Aharonov–Bohm effekti).

Standart Model butunlay asosiy tolali qatlamlar va ularning bog‘lanishlari asosida qurilgan.

Xulosa: Differensial-geometrik tolali qatlamlar nazariyasi Yang–Mills maydonlarini tushunish uchun fundamental matematik asosni ta’minlaydi. Bu yondashuv nafaqat zamonaviy nazariy fizikani, balki topologiya, global analiz va matematik geometriyaning rivojini ham chuqur bog‘lab beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Yang, C. N., & Mills, R. L. (1954). Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical Review*, 96(1), 191–195.
2. Kobayashi, S., & Nomizu, K. (1963). *Foundations of Differential Geometry, Vol. I*. New York: Interscience Publishers.
3. Kobayashi, S., & Nomizu, K. (1969). *Foundations of Differential Geometry, Vol. II*. New York: Wiley-Interscience.
4. Nakahara, M. (2003). *Geometry, Topology and Physics* (2nd ed.). Boca Raton: CRC Press.
5. Baez, J. C., & Muniain, J. P. (1994). *Gauge Fields, Knots and Gravity*. Singapore: World Scientific.
6. Atiyah, M. F., Hitchin, N. J., & Singer, I. M. (1978). Self-duality in four-dimensional Riemannian geometry. *Proceedings of the Royal Society A*, 362, 425–461.