MATEMATIKANING FUNDAMENTAL MUAMMOLARI: HOSILA VA UNING GEOMETRIK TALQINI

Toxirov Abrorbek
Andijon davlat pedagogika institute Matematika va Informatika kafedrasi o`qituvchisi
Aliqulova Dilnavozbegim
Andijon davlat pedagogika institute Matematika yo`nalishi talabasi
Emeil:dilnavozaliqulova144@gmail.com

MAQOLA MALUMOTI

MAQOLA TARIXI:
Received: 19.02.2026
Revised: 20.02.2026
Accepted: 21.02.2026

KALIT SO'ZLAR:
matematik analiz, hosila,f(x) funksiya, differensial, Nyuton va Leybnizning hiylasi.

ANNOTATSIYA:

Ushbu maqolada matematikaning eng fundamental taqiqlari va hosila tushunchasi o`rtasidagi ziddiyat ko`rib chiqiladi. Hosila tushunchasining nafaqat hisoblash usuli, balki 'nol' va 'cheksizlik' orasidagi nozik ko`prik ekanligini tahlil qiladi. Hosila olish jarayoni- bu matematik jinnilik va mantiq o`rtasidagi nozik raqs. Biz argumentning orttirmasini nolga shunchalik yaqin olib boramizki, u deyarli yo`qoladi, lekin hech qachon nolga tenglashmaydi. Maqolamizda asosan, qanday qilib matematik taqiqlarni chetlab o`tgani va koinotni tushunishishimiz uchun 'nol bilan o`ynashish' qanchalik muhim bo`lgani haqida so`z yuritamiz.

Kirish: Biz maktabga qadam qo`yganimizdanoq bitta qoida yod olamiz:'Nolga bo`lish mumkin emas!'. Bu qoida matematika olamining eng muqaddas chegaradir. Chunki har qanday sonni nolga bo`lish mantiqiy tanazzulga yoki tushunarsiz cheksizlikka olib keladi. Ammo matematika tarixida shunday bir davr keldiki, olimlar harakat va tezlikni o`rganish uchun aynan shu taqiqning yoqasiga borishlariga to`g`ri keldi. Shu tariqa hosila (differensial) tushunchasi dunyoga keldi.

Asosiy qism: 0/0 paradoksi va 'nolning sharpasi'

Hosilaning matematik ta'rifini ko`z oldimizga keltiraylik:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Bu yerda bizni bir narsa hayron qoldirishi kerak. Agar biz argument orttirmasi bo`lgan $\Delta x$ ni haqiqatan ham nolga teng deb olsak, biz $\frac{0}{0}$ ko`rinishidagi aniqmaslikka duch kelamiz. Bu esa 'matematik halokat' deyiladi. Lekin hosilaning daholigi shundaki, u nolga yetib bormaydi, balki unga cheksiz yaqinlashadi. Biz nol bilan emas, uning sharpasi (limiti) bilan ishlaymiz. Nyuton buni 'flyuksiyalar' deb atagan, Leybniz esa differensiallar tushunchasini kiritgan. Ular aslida mavjud bo`lmagan lekin bor bo`lishga intilayotgan nuqtadagi o`zgarishni hisoblashni o`rganishdi. Hosila olishning asosiy formulalarini guruhlarga bo`lib o`rganamiz:

1. Asosiy qoidalar va xossalar

Funksiyalar ustida amallar bajarilayotganda quyidagi xossalardan foydalaniladi:

- O`zgarmas sonning hosilasi: $c` = 0$
- Yig`indi va ayirma: $(u \pm v)` = u` \pm v`$
- Ko`paytma: $(u \cdot v)` = u`v + uv`$
- Bo`linma:$(\frac{u}{v})`$=$\frac{u`v-uv`}{v^2}$
- O`zgarmas ko`paytuvchini chiqarish: $(c \cdot u)` = c \cdot u`$
- Murakkab funksiya hosilasi: $\left(f\left(g(x)\right)\right)` = f`\left(g(x)\right) \cdot g`(x)$

2. Darajali va ko`rsatkichli funksiyalar

Bu guruhdagi formulalar eng ko`p qo`llaniladigan hisoblashlardir:

- Darajali funksiya: $(x^n) = n \cdot x^{n-1}$
- Chiziqli funsiya: $(x)` = 1$
- Ildiz ostidagi funksiya: $\left(\sqrt{x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- Eksponenta: $(e^x)` = e^x$
- Ko`rsatkichli funksiya: $(a^x)` = a^x \ln a$

3. Logarifmik funksiyalar

- Natural logarifm: $(\ln x)` = \frac{1}{x}$
- Ixtiyoriy asosli logarifm: $(\log_a x)` = \frac{1}{x \ln a}$

4. Triganometrik funksiyalar

Triganometriyada hosila olishda ishoralarga (musbat yoki manfiy) ehtiyot bo`lish lozim:

- $(\sin x)` = \cos x$
- $(\cos x)` = -\sin x$
- $(\mathrm{tg}\, x)` = \frac{1}{cos^2 x}$
- $(ctgx)` = -\frac{1}{sin^2 x}$

5. Teskari triganometrik funksiyalar

Ark-funksiyalarining hosilalari ko`pincha murakkab integrallarni hisoblashda qo`llaniladi:

- $(arcsinx)` = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(arccosx)` = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(arctgx)` = \frac{1}{1+x^2}$

- $(arcctgx)` = -\frac{1}{1+x^2}$

Hosilani tushunish uchun formulalarning o`zi kamlik qiladi. Endi esa hosilaning geometrik va fizik ma`nolarini ko`rib chiqamiz. Geometrik ma`no: Funksiya grafigiga o`tkazilgan urinmaning burchak koeffisiyenti hosilaga teng.

Fizik ma`no: Agar $s(t)$ bosib o`tilgan yo`l bo`lsa, undan vaqt bo`yicha olingan hosila oniy tezlikni beradi: $v(t) = s`(t)$.

Maqoladagi nazariyani tushuntirish uchun oddiy kvadratik funksiyani ko`rib chiqamiz. Misol: $f(x) = x^2$ funksiyaning hosilasini ta`rif yordamida toping.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{2x\Delta x+(\Delta x)^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

Xulosa: Xulos б ь ь ыи мьт a qilib aytganda, hosila tushunchasi matematikadagi ‘nolga bo`lish’ taqiqini buzmagan holda, uning atrofida ehtiyotkorlik bilan harakat qilish san`atidir. Nyuton va Leybnizning ushbu hiylasi zamonaviy muhandislik, iqtisodiyot va hatto sun`iy intellekt texnologiyalarining asosi bo`lib xizmat qilmoqda. Biz cheksiz kichik miqdorlar orqali koinotning dinamik o`zgarishlarini aniq raqamlarda ifodalash imkoniga ega bo`ldik.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Azlarov T.A., Mansurov H. Matematik analiz. 1-qism. Toshkent:’’O`qituvchi’’, 1994-y.
2. Gaziyev A., Isroilov I., Yaxshiboyev M. Matematik analizdan misol va masalalar to`plami. Toshkent:’’Yangi asr avlodi’’, 2006.
3. Abdulhamidov A.U., Nasimov X.A. Algebra va analiz asoslari. Toshkent:’’Istiqbol’’, 2003.
4. Sadullaev A., Mansurov H. va boshqalar. Matematik analiz kursi. Toshkent:’’O`zbekiston’’, 1993.
5. Internet manbalar:

https://www.khanacademy.org/math/differential-calculus
https://www.britannica.com/science/derivative-mathematics