

**ПЛАТФОРМА ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ ЧЕРЕЗ
ПРОЕКТНУЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ ДЛЯ
СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТОВ.**

Хакимова Регина Маратовна,

*Студент группы K320-24 Dlr, направление program engineering Университета
«Vatan»*

**ИНФОРМАЦИЯ О
СТАТЬЕ**

АННОТАЦИЯ:

ИСТОРИЯ СТАТЬИ:

Received: 26.07.2025

Revised: 27.07.2025

Accepted: 28.07.2025

**КЛЮЧЕВЫЕ
СЛОВА:**

*проектное обучение;
высшая математика;
знаниевая модель; граф
знаний; байесовское
обновление;
оптимизация; SVD;
персонализация;
автопроверка кода; AI-
помощник.*

В работе предложена концепция образовательного стартапа - цифровой платформы для обучения высшей математике студентов университетов через проектную деятельность и программирование [1]. В отличие от традиционных LMS/онлайн-курсов, где математическое содержание является «объектом обучения», здесь ключевым вкладом является положение, что сама архитектура и логика функционирования платформы формализуются математически: профиль студента задаётся векторно-матричными моделями, учебный контент и зависимости тем - графовыми структурами, принятие педагогических решений - задачами оптимизации, а оценка освоения - вероятностными (байесовскими) моделями. Подобная «математизация продукта» позволяет: строить персонализированные траектории в графе знаний с учётом дефицитов по пререквизитам; обновлять состояние знаний студента после выполнения проектов через матричные преобразования; интерпретировать сложность курса через спектральные характеристики матриц; оптимизировать выбор следующего задания/проекта как задачу минимизации функционала потерь;.

Введение и постановка проблемы

Современные университетские курсы высшей математики (математический анализ, линейная алгебра, вероятность, дискретная математика) одновременно

выполняют две функции: обеспечивают фундаментальную подготовку для STEM-направлений и формируют

«язык» моделирования для последующих дисциплин. Однако именно математика нередко выступает барьером для успешного продвижения студентов по STEM-траекториям, что стимулирует поиск масштабируемых способов трансформации преподавания и поддержки студентов [3].

Эмпирические обзоры в инженерном и STEM-образовании показывают устойчивые преимущества активного обучения относительно исключительно лекционных форматов, включая рост показателей успеваемости и снижение доли неуспевающих; этот эффект выявлялся на больших массивах исследований [4]. В математическом образовании высшей школы обсуждаются и внедряются студентоцентрированные подходы (inquiry-based learning, активные практики, гибридные форматы), при этом важной проблемой остаётся воспроизводимая организационная и технологическая поддержка таких подходов в масштабе кафедры/университета [5].

Проектная деятельность является одним из естественных способов «сшить» теорию и практику: студент вынужден применять определения, теоремы и методы к конкретному артефакту (программа, вычислительный эксперимент, отчёт). В математике проекты особенно продуктивны, когда они опираются на вычислительную реализацию математического метода (например, вычисление собственных значений, численные методы решения уравнений или моделирование случайных процессов).

Постановка проблемы в рамках данной работы формулируется так: как спроектировать образовательную платформу для обучения высшей математике через проекты и программирование, чтобы платформа интегрировалась в университетский контур, персонализировала траекторию обучения, обеспечивала автопроверку и обратную связь, и ключевое - чтобы описание архитектуры и логики работы платформы было математически строгим. То есть превращалось в вычисляемые модели (матрицы, графы, вероятности, оптимизация), а не оставалось метафорой.

С точки зрения исследовательской традиции «интеллектуальных обучающих систем» (ITS) важна идея отдельных модулей: предметная модель, модель студента, педагогический модуль и интерфейс. В обзорах ITS подчёркивается ценность персонализации и адаптивной обратной связи, а также различие между «шаговыми» и «ответными» системами. Для математической платформы принципиально добавить ещё один модуль - проектно-инженерный контур, где знания проявляются не только в ответе на тест, но и в работоспособности программной реализации и корректности вычислительного эксперимента.

Итоговая цель стартапа формулируется как смена учебной парадигмы «лекция → задачи → экзамен» на «теория → код → проект → проверяемый результат», при

этом математические модели используются как для обучения, так и для конструирования цифрового продукта.

Обзор существующих методов обучения математике

Литература по преподаванию математики в высшей школе фиксирует сдвиг от лекционно-репродуктивных practices к активным, исследовательским и гибридным форматам, включая перевёрнутые классы, проблемное и проектное обучение, а также практики, ориентированные на удержание и вовлечение студентов STEM-направлений. Обзор и критика «инновационных подходов» подчёркивают разнообразие моделей и необходимость учитывать контекст дисциплины и институциональные ограничения.

В рамках активного обучения существенна не только активность как таковая, но и структура задач, требующая концептуального применения материала. Мета-анализы и обзоры в STEM показывают, что активные форматы ассоциируются с улучшением результатов по экзаменам/концептуальным тестам и снижением вероятности неуспеха. Для математических курсов это особенно релевантно, поскольку ключевые темы (предел, производная, интеграл, линейные преобразования, спектральные понятия) требуют не только процедурного, но и структурного понимания.

Проектно-ориентированные форматы в математике описывались ещё в ранних работах по «calculus with projects», где проекты служили средством интеграции идей анализа с моделированием и прикладными задачами. Более поздние исследования в школьной и вузовской среде связывают проектные практики с развитием мотивации, критического мышления и академических навыков, хотя эффекты зависят от дизайна вмешательства и качества сопровождения. Систематические обзоры, посвящённые PjBL в математике, подтверждают распространённость модели и интерес к ней как к компоненту «навыков XXI века», но одновременно демонстрируют вариативность методик измерения и необходимость более строгой оценки результатов.

Отдельно выделим inquiry-based learning в колледжной математике: многоинституциональные исследования связывают IBL с позитивными последующими эффектами (успешность на следующих курсах, выбор дальнейших математических дисциплин), причём отмечаются эффекты для разных групп студентов. Эти результаты важны для платформы, поскольку поддерживают тезис: персонализируемая активность в решении и обсуждении задач статистически значима, но её трудно масштабировать без технологической инфраструктуры.

Цифровые адаптивные системы и ITS традиционно опираются на модели студента и алгоритмы выбора следующего задания. Классическая линия исследований knowledge tracing моделирует скрытое (латентное) владение навыком и обновляет его по наблюдаемым ответам; подобные модели используются для

индивидуализации практики. Более современные подходы включают нейросетевые варианты knowledge tracing, где последовательности действий студента используются для предсказания успеха на следующих шагах.

Наконец, в последние годы усилился интерес к «рекомендации учебных траекторий» на основе графов знаний и алгоритмов поиска путей/оптимизации; в ряде работ траектория рекомендательного модуля прямо формулируется как задача на графе (кратчайшие пути, веса вершин/рёбер, эвристики). Эти направления составляют эмпирическую и методическую базу для проектируемой платформы.

Архитектура платформы и модель данных. Концептуальная схема

Архитектура проектируемой платформы задаётся не только инженерными соображениями, но и требованием: внутренние сервисы должны реализовывать математические операторы над формальными объектами (векторами знаний, матрицами проектов, графами пререквизитов, вероятностными параметрами). Такое требование сближает платформу с парадигмой ITS (модель студента + педагогический модуль), но расширяет её за счёт проектной деятельности и автопроверки кода.

Сама идея раздельного хранения: транзакционных данных, графа знаний и векторных представлений материалов - согласуется с различиями типами запросов (OLTP, графовые запросы, поиск по сходству). Векторный поисковый контур концептуально опирается на методы векторного пространства и на приём retrieval-augmented generation для привязки ответов AI-модуля к проверяемому контенту.

Компоненты системы

Frontend. Реализует: интерактивную визуализацию графа тем, «проектный трекер» (этапы проекта как DAG), встроенный редактор кода и отчётность. В терминах математики фронтенд визуализирует не «список уроков», а структуры: ориентированный граф зависимостей, веса/приоритеты узлов, а также координатные/векторные профили компетенций (например, radar-диаграммы по компонентам вектора знаний).

Backend. Разделяется на сервисы: Сервис графа знаний оперирует $G = (V, E)$ и его матричными представлениями; Сервис модели студента хранит матрицу знаний K и байесовские обновления; Сервис оптимизации/рекомендаций решает задачу выбора следующего шага как задачу оптимизации с ограничениями; Сервис автопроверки кода использует численные методы и нормы ошибок (например, $\|Ax - b\|$, RMSE).

Математические модели платформы

Матрица знаний студента. Пусть m - число студентов, n - число тем/компетенций. Состояние освоения зададим матрицей K размером $m \times n$, где элементы $k_{ij} \in [0, 1]$ отражают уровень освоения темы j студентом i . Вектор знаний конкретного студента есть строка s_i .

Матрица проектов и обновление знаний. Введем матрицу влияния проекта $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $P_{ab} \geq 0$, описывающую, как работа над проектом по теме b переносится на усиление темы a . Базовая модель обновления: $K_{new} = K \cdot P$. С учетом насыщения:

$$K_{new} = \sigma(K \cdot P + B), \sigma(x) = 1 / (1 + e^{-x})$$

Собственные значения и SVD-разложение. Пусть A - матрица структуры курса. Спектральное соотношение $Av = \lambda v$ используется для интерпретации «сложности» и каскадности пререквизитов. Сингулярное разложение $A = U\Sigma V^T$ позволяет выявлять латентные компоненты компетенций и строить устойчивые низкоранговые рекомендации.

Теория графов и дискретная математика

Темы курса задаются ориентированным графом $G = (V, E)$. Наличие матрицы смежности A позволяет проводить спектральный анализ. Для корректного прохождения курса граф должен быть ациклическим (DAG). Топологическая сортировка (алгоритм Кана) задаёт порядок тем, совместимый с пререквизитами.

Теория вероятностей и байесовская оценка

Вероятность освоения темы обновляется по формуле Байеса после наблюдения результатов выполнения заданий или проектов A :

$$P(K | A) = [P(A | K) \cdot P(K)] / P(A)$$

Для учёта фактора времени вводится функция затухания $w(\Delta t) = \exp(-\gamma \Delta t)$ и агрегированный сигнал A_{ij} .

Оптимизация и векторные пространства

Модуль рекомендаций решает задачу минимизации функционала потерь с помощью градиентного спуска. Выбор оптимального шага максимизирует ожидаемый прирост знаний с учётом стоимостных ограничений. Косинусная близость векторов s используется для поиска похожих профилей и peer-learning групп.

Обсуждение и заключение

Предложенная платформа объединяет три исследовательские линии: активные проектные методы обучения, интеллектуальные обучающие системы и графово-оптимизационные модели траекторий. Важно отметить методические риски: проектная деятельность требует тщательной декомпозиции, а байесовские модели и матрицы K нуждаются в калибровке с учётом возможных проблем идентифицируемости параметров.

Интеграция AI-помощника через RAG-архитектуру повышает прозрачность объяснений, однако генеративные модели требуют строгого контроля, логирования и соблюдения этических принципов в образовании.

=====

Выводы. В статье разработана научно обоснованная концепция цифровой платформы обучения высшей математике, в которой математический аппарат выступает одновременно содержанием образования и внутренней архитектурой продукта. Формализованы знаниевые модели, графы пререквизитов, байесовские обновления, задачи оптимизации и проектно-программный комплекс автопроверки.

Список литературы

1. Innovative approaches to teaching mathematics in higher education: a review and critique. Nordic Studies in Mathematics Education, 2012.
2. The effectiveness of the Project-Based Learning (PjBL) model in students' mathematical ability: A systematic literature review. Journal of Physics: Conference Series, 2021.
3. Establishing a new standard of care for calculus using trials. Science, 2023. doi:10.1126/science.ade9803.
4. Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. PNAS, 2014. doi:10.1073/pnas.1319030111.