YAQINLASHISH BO'YICHA HARAKAT TURG'UNLIGI HAQIDAGI LYAPUNOV TEOREMASI.

G'oymatova Dilafruz G'ofurjonovna [1]
[1] *"Andijon Davlat Texnika Insituti"*
"Avtomobil va transport "
kafedrasi katta o'qituchisi.

MAQOLA MA'LUMOTI

MAQOLA TARIXI:

Received: 28.12.2024
Revised: 29.12.2024
Accepted: 30.12.2024

KALIT SO`ZLAR:

Birinchi yaqinlashish bo'yicha harakat turg'unligi haqidagi Lyapunov teoremasi.

ANNOTATSIYA:

Dasturlash Mathcadda asosiy o`rin tutadi. Mathcad ko`plab masalalarni dastursiz yechish imkonini beradi. Lekin shunday sinf masalalari borki ularni dastursiz yechib bo`lmaydi. Mathcad har qanday murakkab dasturni kiritish imkonini beradi. Mathcadda dasturlash juda aniq va tushunarli, unda dastur bir nechta ketma-ket formulalarni ifodalaydi. Dasturlashning asosiy operatorlari Programming (Dasturlash) panelida joylashgan.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n + X_1 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n + X_1 \end{aligned} \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n \end{aligned} \qquad (2)$$

$$z_k = \alpha_{ki}x_i, \qquad \alpha_{ki} = const, \qquad k = 1,2,\dots,n \qquad (3)$$

1-Teorema. Agar (1) sistemaning (2) birinchi yaqinlashishining xarakteristik tenglamalari barcha ildizlari manfiy haqiqiy qismlarga ega bo'lsa, u holda (1) sistemaning yuqori darajali qo'shiluvchilari qanday bo'lishidan qat'iy nazar, (1) sistemaning qo'zg'atilmagan harakati **asimptotik turg'un** bo'ladi.

Isboti. Lyapunovning bu teoremasi xarakteristik tenglama ildizlari oddiy (karralimas) bo'lgan holda ham, karrali bo'lgan holda ham to'g'ridir. O'quvchiga tushinish osonroq bo'lishi, ya'ni soddaroq bo'lishi uchun xarakteristik tenglama ildizlari oddiy bo'lgan xol bilan chegaralanamiz. (Teoremaning to'la isbotini, masalan, A. M. Lyapunov, N.G. Chetaev, I.G. Malkin kabi olimlarning kitoblaridan qarash mumkin). Demak, xarakteristik tenglamaning barcha ildizlari oddiy bo'lsin deb olamiz. U holda x_1, x_2, ... , x_n larning variatsialari α_{ki} o'zgarmaslarda (3) chiziqli almashtirish orqali $z_1, z_2, \dots, z_n$ kanonik o'zgaruvchilar bilan bog'langan. Shuning uchun teoremaning shartlari bajarilganda qo'zgatilmagan harakatni $z_1, z_2, \dots, z_n$ o'zgaruvchilarga nisbatan asimptotik turg'unligini isbotlash yetarlidir.

Xarakteristik tenglama ildizlarining bir qismi qo'shma-kompleks, qolgan qismi haqiqiy bo'lsin. Aniqlik uchun ikki juft qo'shma-kompleks ildiz bor deb hisoblaymiz. Barcha ildizlarni quyidagicha nomerlab olamiz:

qo'shma-kompleks ildizlar

$$\lambda_1 = \nu_1 + i\mu_1, \qquad \lambda_2 = \overline{\lambda_1} = \nu_1 - i\mu_1$$
$$\lambda_3 = \nu_2 + i\mu_2, \qquad \lambda_4 = \overline{\lambda_3} = \nu_2 - i\mu_2 \qquad (4)$$

Haqiqiy ildizlar

$$\lambda_5, \quad \lambda_6, \dots, \lambda_n$$

qo'shma-kompleks ildizlar λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 ga mos ravishda z_1, z_2, z_3, z_4 kanonik o'zgaruvchilar mos keladi.

$$z_1 = u_1 + iv_1, \qquad z_2 = z_1 = u_1 - iv_1$$
$$z_3 = u_2 + iv_2, \qquad z_4 = z_3 = u_2 - iv_2 \qquad (5)$$

bu yerda u_1, u_2, v_1, v_2 lar t vaqtning haqiqiy funksiyalari.

λ_5, $\lambda_6, \dots, \lambda_n$ haqiqiy ildizlarga mos ravishda z_5, $z_6, \dots, z_n$ kanonik o'zgaruvchilar mos keladi.

Lyapunov funksiyasini quyidagi ko'rinishda tuzamiz.

$$V = \frac{1}{2}(z_1 z_2 + z_3 z_4 + z_5{}^2 + z_6{}^2 + \dots + z_n{}^2) \qquad (6)$$

Bu funksiyaning u_1, v_1, u_2, v_2, z_5, z_6, ... , z_n o'zgaruvchilarining musbat-aniqlangan haqiqiy funksiyasi ekanligi quyidagi tengliklardan kelib chiqadi:

$$z_1 z_2 = z_1 \overline{z_1} = (u_1 + iv_1)(u_1 - iv_1) = u_1{}^2 + v_1{}^2$$
$$z_3 z_4 = z_3 \overline{z_3} = (u_2 + iv_2)(u_2 - iv_2) = u_2{}^2 + v_2{}^2 \qquad (7)$$

V funksiyaning V' hosilasini hisoblaymiz.

$$V' = \frac{1}{2}(\dot{z_1} z_2 + z_1 \dot{z_2} + \dot{z_3} z_4 + z_3 \dot{z_4}) + z_5 \dot{z_5} + \dots + z_n \dot{z_n})$$

$$\begin{aligned} \dot{z_1} &= \lambda_1 z_1 + Z_1 \\ \dot{z_2} &= \lambda_2 z_2 + Z_2 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{z_n} &= \lambda_n z_n + Z_n \end{aligned} \qquad (8)$$

Bu yerda z_k larning o'rniga (8) tengliklardagi qiymatlarini qo'yib, hadlarini qayta gruppalab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$V' = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) z_1 z_2 + (\lambda_3 + \lambda_4) z_3 z_4 + \lambda_5 z_5{}^2 + \dots + \lambda_n z_n{}^2 z \qquad (9)$$

bu yerda $z - z_1, z_2, \dots, z_n$ o'zgaruvchilarni ikkinchidan yuqori darajalari qatnashgan hadlar majmui, (2) tengliklarga asosan

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 2\nu_1, \quad \lambda_3 + \lambda_4 = 2\nu_2$$

bo'lgani uchun (4) tengliklarni hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$V' = \nu_1({u_1}^2 + {\nu_1}^2) + \nu_2({u_2}^2 + {\nu_2}^2) + \cdots + \lambda_n {z_n}^2$$

1-Teorema shartiga ko'ra xarakteristik tenglamaning barcha ildizlari haqiqiy qismlari manfiy bo'lgani uchun olingan belgilashlarda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\nu_1 < 0, \quad \nu_2 < 0, \; \nu_5 < 0, \quad \ldots, \; \nu_n < 0$$

Bundan V' hosilaning kvadratik qismi $u_1, u_2, z_5, \ldots, z_n$ o'zgaruvchilarning manfiy-aniqlangan funksiyasi bo'lib, z_k larning yetarli kichik qiymatlarida, yuqori tartibli hadlar qanday bo'lishidan qat'iy nazar V' hosila manfiy-aniqlangan funksiya bo'ladi. Asimptotik turg'unlik haqidagi Lyapunov teoremasining hamma shartlari bajariladi, demak, (1) sistemaning qo'zg'atilmagan harakati asimptotik turg'un bo'ladi, bu esa yuqorida berilgan teoremani isbotlaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi «Ta'lim to'g'risida»gi Qonuni. – Toshkent, 1992.
2. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2002-yil 31 maydagi PF-3080-son «Kompyuterlashtirishni rivojlantirish va axborot-kommunikatsiya texnolo-giyalarini joriy etish to'g'risida»gi Farmoni. – Toshkent, 2002-yil 31 may.
3. Abduqodirov A.A., Fozilov F.I. Umurzakov T.N. Hisoblash matematikasi va programmalash. Toshkent. O'qituvchi. 1989 y.
4. Amridinov S. «Hisoblash matematikasi» fanidan o'quv – uslubiy majmua – Samarqand: SamDU nashri, 2010. – 220 bet.
5. Isroilov M.I. Hisoblash usullari. Toshkent. Ukituvchi. 2008y.
6. Mirzakarimov Ergashboy Mizaboevich - Sonli Hisoblash Usullari Va Dasturlash (Oliy O'quv Yurtlari Uchun O'quv Qo'llanma) – Toshkent-Farg'ona-2009
7. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах MathCad, Mathlab, Maple (Самоучитель). – М.: НТ Пресс, 2006. – 496 с.
8. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах MathCad12, Mathlab 7, Maple 9. 2007
9. С.М.Эрмаков Метод Монто-Карло в вычислительной математике (вводный курс). – Санкт-Петербург, 2009
10. В.Г.Веретенников, И.И.Карпов, А.П.Маркеев, С.В.Медведов, В.И.Пеньков, В.А.Синицын, Т.Н.Чеховская. Теоретическая механика Вывод и анализ уравнений движения на ЭВМ. Москва. "Высшая школа", 1990
11. O'rganilayotgan jarayonlarning normalligini tekshiruvchi matematik model aktivligi. D.G'oymatova. Экономика и социум. 118-122.
12. Sistemalar turg'unligi. D. G'oymatova.International Journal of Education, Social Science & Humanities 12(5),445-449.